



**INIDEM**

Revista Científica del ISSN:2683-1562

# Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial

Número

**12**



**Volumen 1 Julio - Diciembre 2023**



**INIDEM**

## **Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial**

**Director:**

**Dr. Federico González Santoyo**

**Editor:**

**Dra. M. Beatriz Flores Romero**

**DR 2023**

Reserva de Derechos al Uso Exclusivo

No. **04-2018-073111462600-102**, ISSN-2683-1562

[www.inidem.edu.mx](http://www.inidem.edu.mx)

Los artículos de esta revista están indizados en el Sistema Regional para Revistas Científicas de América Latina, El Caribe, España y Portugal (LATINDEX).

[https:// www.latindex.org/ latindex/ficha?folio=29125](https://www.latindex.org/latindex/ficha?folio=29125)

## COMITÉ CIENTÍFICO

**Dr. Federico González Santoyo**

Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial (INIDEM)-UMSNH- México

**Dra. M. Beatriz Flores Romero**

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (FCCA-UMSNH)-México

**Dr. Francisco Venegas Martínez**

Instituto Politécnico Nacional- IPN (Escuela Superior de Economía)-México

**Dr. Jaime Gil Aluja**

Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras (RACEF) – España

**Dra. Ana María Gil Lafuente**

Universidad de Barcelona (España)

**Dr. Antonio Terceño Gómez**

Universidad Rovira i Virgili (España)

**Dr. Guisepe Zollo**

Universidad Federico II de Napoles (Italia)

**Dr. Ricardo Aceves García**

Universidad Nacional Autónoma de México (FI-UNAM)

REVISTA CIENTÍFICA DEL INSTITUTO IBEROAMERICANO DE DESARROLLO EMPRESARIAL, año 6, No. 12 Julio-Diciembre de 2023, es una publicación semestral editada por el **Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial**, Sidronio Sánchez Pineda #78. Col. Nueva Chapultepec. C.P. 58280. Morelia Michoacán Tels. (443) 5065181, 5065182, [www.inidem.edu.mx](http://www.inidem.edu.mx), Editor Responsable. Dr. Federico González Santoyo. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo N0. 04-2018-073111462600-102, ISSN-2683-1562, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor, Licitud de Título y contenido No- en trámite, otorgado por la Comisión Calificadora de Publicaciones y Revistas Ilustradas de la Secretaría de Gobernación. Permiso SEPOMEX No. En trámite. Impresa por talleres González Impresores, Av. General Santos Degollado No. 874 A. Colonia Industrial. C.P. 5130, Morelia, Michoacán, se terminó de imprimir el 29 de Diciembre, con un tiraje de 1000 ejemplares.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados siempre y cuando se cite la fuente completa y la dirección electrónica de la publicación.

# *Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial*

## **ÍNDICE**

### **INTUITIONISTIC FUZZY PATTERN RECOGNITION MODEL IN ASSESSMENT OF ECOLOGICAL CIVILIZATION INDEX**

Imanov G., Aliyev A. 1

### **CONDITIONS OF HEALTH AND WELLBEING IN THE QUATERNARY SECTOR FOR TELEWORKING IN MEXICO I**

Ingrid N. Pinto-López, Cynthia M. Montaudon-Tomas, Alicia L. Yáñez Moneda 9

### **SELECCIÓN DE PRODUCTOS FINANCIEROS SOSTENIBLES UTILIZANDO TÉCNICAS DE LÓGICA DIFUSA**

Víctor G. Alfaro-García; Gerardo G. Alfaro Calderón 18

### **LOCALIZACIÓN DE EMPRESAS EN LA CERTEZA E INCERTIDUMBRE: USANDO LÓGICA DIFUSA COMO ESTRATEGIA COMPETITIVA**

Flores Romero B., González Santoyo F. 25

### **PROPUESTA DE UN NUEVO ALGORITMO CON BASES ALGEBRAICAS PARA GRADIENTES CONJUGADOS EN MATRICES SPARSE: UNA APLICACIÓN A LA ECONOMÍA**

Eduardo González Pérez, Jorge Isidro Aranda Sánchez, Joaquin Estevez Delgado 38

### **APLICACIÓN DEL FEMINISMO DE DATOS EN LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS**

Martha Beatriz Flores Romero, Jennifer López Chacón, Norma Laura Godínez Reyes, Marcela Figueroa Aguilar 50

### **COMPROMISO AMBIENTAL DESDE LA PERSPECTIVA TRIBUTARIA. CASO SECTOR GANADERO DE UNA LOCALIDAD DEL ESTADO DE VERACRUZ**

Isidro Romero M.F., Sinforoso Martínez, S., Álvarez Velázquez, E. y González Rodríguez, C. A. 55

### **THE IMPLEMENTATION OF THE INTERNATIONALIZATION STRATEGY AS AN ALTERNATIVE TO CONCRETE THE EFFECTIVE POSITIONING OF MEXICAN MICRO-ENTERPRISES**

José Elías Silva Trigueros, Beatriz Flores Romero, Arturo Pantoja Ayala 64

### **IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS TERMODINÁMICOS COMO ALTERNATIVA A LOS MODELOS ESTADÍSTICOS CLÁSICOS EN LA ECONOMÍA**

Martha Beatriz Flores Romero, Adrián Alonso López, Jennifer López Chacón 83

# INTUITIONISTIC FUZZY PATTERN RECOGNITION MODEL IN ASSESSMENT OF ECOLOGICAL CIVILIZATION INDEX

Imanov G., Aliyev A.

Institute of Control Systems, Ministry of Science and Education of the Azerbaijan Republic, Baku, AZ1141,  
Azerbaijan

korkmazi2000@gmail.com, msc.aaliyev@gmail.com

## ABSTRACT

The objective of this paper was to develop an intuitionistic fuzzy pattern recognition model for evaluation of ecological civilization level index (ECLI), that is one of the main challenges of last decades. The main assets of this research are taking into account the fuzziness of input data and practicing the fuzzy logic extension-based instruments. This ECLI concept envelops economic, social, and environmental indicators and addresses ecological civilization within global sustainable development. There exist numerous approaches in assessment of ECLI covering various indicators, but with the aim to obtain globally comparable index, in this research we focused on 25 important and up-to-date indicators that stand for Green Economy Quality, Social Quality and Ecological Quality sub-indices. The difference of the current study than earlier literatures is in the application of intuitionistic fuzzy set theory for the assessment of ECLI that integrate some important tools in the generated algorithm. The significance of this work is the proposed models for the computation of the ECLI and assessment its level expressed in linguistic terms. The algorithm mainly covers intuitionistic fuzzy weight assessment, intuitionistic fuzzy weighted aggregation and intuitionistic fuzzy pattern recognition instruments. The problem corresponding to the fuzzy model were solved by using information on Azerbaijan over the considered years.

Keywords: ecological civilization level index, intuitionistic fuzzy pattern recognition

## INTRODUCTION

The Ecocivilization is a new paradigm of sustainable development. The “Ecological civilization” concept appeared in 1995 first in the R. Morrison’s work [1]. R. Morrison underlined: An ecological civilization is based on different life ways sustaining joined natural and social ecologies. Such a civilization two principal attributes. First, it regards the human life in terms of a dynamic and sustainable developing world. Humanity is not in conflict with nature, but coexists with nature. Second, an ecological civilization implies cardinal changes in the way we live it depends on our potential to make new social choices. An ecological civilization is not a prescription by the order, but a description of the agreement of different societies, of the uniquely complex web of mutual relations with each other and with the biosphere.

In 2007 the Chinese government declared “ecological civilization” as a pivotal policy target of the government. Last year Chinese scientists offered some approaches for defining the ecological civilization level in the whole country. From this perspective the works “An evaluation index system of China’s development level of ecological civilization” by X.Wang and X.Chen [2], “How to evaluate provincial ecological civilization? The case of Jiangsu province, China” by F.Dong et al. [3], “Evaluating the effectiveness of regional ecological civilization policy: evidence from Jiangsu province, China” by L.Mi et al. can be underlined [4].

Ecological civilization concept was studied in Azerbaijan by U.Alakbarov [5]. The ecocivilization index for Azerbaijan, incorporating Green economy and transport, Organic agriculture, Legal environment, Education, Health, Poverty, Demography, and Consumption sub-indices was estimated by U. Alakbarov & G. Imanov. [6].

In this work for the assessment of ECLI for Azerbaijan, some particular indicators of Green Economy Quality, Social Quality and Ecological Quality sub-indices are preferred that are assumed to be the major factors forming the ECLI. As research methods for modeling and computing ECLI intuitionistic fuzzy linguistic theory instruments were used.

## PROBLEM STATEMENT

With the purpose to evaluate Ecological Civilization Index on country level, Green Economy Quality, Social Quality and Environmental Quality sub-indices are incorporated. These sub-indices envelope 10, 7, 8 indicators respectively. The description and acronyms, and the data from 2018 to 2020 on ECLI indicators [7,8] measured in different units are given in table 1. The first column identifies the groups of indicators belonging to sub-indices.

Table 1. Ecological civilization level index data for Azerbaijan

E C L I					
	No	Years	2018	2019	2020
G r e e n E c o n o m y Q u a l i t y	1	Green GDP (Green GDP index = GDP – RME – EPD, mln. USD) - <b>GGP</b> – [7].	46913.6	4864.0	4280.8
	2	Share organic agriculture in agricultural land - <b>OAG</b>	0.8	0.8	0.8
	3	Share of total renewable energy in total energy supply - <b>REE</b>	7.85	6.87	4.66
	4	Share of tourism industries in GDP (% of GDP) - <b>TIN</b>	4.3	4.5	1.9
	5	Amount of organic fertilizer per 1 hectare of sown area (kg / ha) - <b>ORF</b>	666.0	669.0	700.0
	6	The share of electro and Hybrid mobiles (in % of total) - <b>EHM</b>	1	1.5	2
	7	Production waste per capita (kg) - <b>PWC</b>	291.4	326.9	345.4
	8	Length of using ways of urban electric transport, km - <b>ETR</b>	36.6	36.6	36.6
	9	International innovation index - <b>INI</b>	30.2	30.2	27.2
	10	Investment to natural resources and protection environment (thousand AZN) - <b>INR</b>	247912.2	309855.6	170208.7
S o c i a l Q u a l i t y	1	The total area of residential premises per inhabitant (sq. m) - <b>ARP</b>	18.1	19.4	20.0
	2	Sanitation - <b>SAN</b>	67.1	75.5	77.8
	3	Water's access (mln. m <sup>3</sup> ) - <b>WAT</b>	9205	9472	9693
	4	Health care expenditures (% of GDP) - <b>HEE</b>	0.9	1.1	2.3
	5	Poverty level in % - <b>POL</b> (Goal 1)	5.1	4.8	6.2
	6	Life expectancy - <b>LEX</b>	75.8	76.4	73.2
	7	Death from diseases of the respiratory system (person) - <b>DDR</b>	1826	1854	3149
E c o l o g i c a l Q u a l i t y	1	Air Quality - <b>AIQ</b>	47.44	30.5	24.9
	2	Domestic and drinking purposed water (mln. m <sup>3</sup> ) - <b>DPW</b>	306	312	319
	3	Agricultural lands-total (thsd. ha) - <b>AGL</b>	4779.5	4779.7	4780.1
	4	Environmental protection expenditures (thousand AZN) - <b>EPE</b>	319256.1	387680.4	239764.5
	5	Auto gas (share of related pollution to total) % - <b>AUG</b>	85	84	82
	6	Forest area (% of land area) WB - <b>FOA</b>	13.41	13.55	13.69
	7	Total protected areas as share of national territory, (in %) <b>PAT</b>	10,3	10,3	10,3
	8	Total suspended particulates (thsd. ton) - <b>TSP</b>	6.5	7.4	3.8

#### AN ALGORITHM FOR COMPUTATION OF ECLI

With the purpose to evaluate the ecological civilization index (ECLI) of the country, intuitionistic fuzzy logic instruments such as intuitionistic fuzzification of input data, obtaining priority weights through intuitionistic fuzzy preference relation matrices, application of intuitionistic fuzzy weighted aggregation average operator, and intuitionistic pattern recognition based on similarity measures are employed. The algorithm for computation and evaluation of ECLI index consists of the following 8 steps, that are presented below:

**Step 1. Normalization of input data.** In order to convert crisp input data (Table 1) into intuitionistic fuzzy numbers (IFNs), first the data must be normalized. On that account, max-min normalization method is used. The equation for the positive affecting indicators is:

$$Y^+ = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (1)$$

The negative affecting indicators are normalized with the equation given below:

$$Y^- = \frac{x_{max} - x}{x_{max} - x_{min}} \quad (2)$$

**Step 2. Intuitionistic fuzzification of normalized data.** In this step, normalized indicators are converted into IFNs using the intuitionistic fuzzy triangular function.

The equation for intuitionistic fuzzy triangular membership and non-membership functions is [9]:

$$\mu_A(x) = \left\{ 0 \ ; \ \left( \frac{x-a}{b-a} \right) - \epsilon; \ \left( \frac{c-x}{c-b} \right) - \epsilon; \ 0 \ ; \right. \quad \left. \nu_A(x) = \{1 - \epsilon \ ; \ \right. \quad (3)$$

Where,  $\mu_A(x)$  and  $\nu_A(y)$  - are membership and non-membership degree values, respectively.

**Step 3. Construction of intuitionistic fuzzy preference relation (IFPR) matrix.** In this phase, IFPR matrix is built in order to obtain the criteria weights. Based on fuzzy intervals between 0.1- 0.9, the linguistic terms with their IFNs counterparts were developed [10] for establishment of intuitionistic fuzzy preference relation (IFPR) matrix that is broken down in table 2.

Table 2. Linguistic terms for rating the criteria (indicators) preferences

Linguistic terms	IFNs for criteria preferences
Exactly equal (EE)	(0.50, 0.50)
Slightly preferred (SP)	(0.60, 0.30)
Definitely preferred (DP)	(0.70, 0.20)
Strongly preferred (STP)	(0.80, 0.10)
Extremely preferred (EP)	(0.90, 0.10)
Other midterms	(0.55, 0.35), (0.65, 0.25), (0.75, 0.15)

**Step 4. Checking the consistency of the IFPR matrix.** In IFPR (or intuitionistic fuzzy analytic hierarchy process), valid results depend on IFPR matrix consistency. Since the weak consistency may lead to distorted results, it is considered as an important problem of IFPRs. For the constructed IFPR matrix, the additive consistency conditions must hold [11] as:

$$r_{ij} = (0.50, 0.50), \quad \mu_{ij} = \nu_{j' i'}, \quad \nu_{ij} = \mu_{j' i'}, \quad \pi_{ij} = \pi_{j' i'}, \quad \mu_{ij} + \nu_{ij} + \pi_{ij} = 1 \quad (4)$$

Where,  $r_{ij}$  -are diagonal elements in IFPR matrix,  $\pi_{ij}$  - is hesitation margin of IFNs.

The additive consistency of IPR was proved to be unsatisfactory, for this reason multiplicative consistency must be checked [12]. Given that, the approach developed by Xu and Liao [13] is implemented to establish an absolute multiplicative consistent IPR as described below:

*Rule 1.* For  $k > i + 1$ , let  $\bar{r}_{ik} = (\bar{\mu}_{ik}, \bar{\nu}_{ik})$ , where:

$$\bar{\mu}_{ik} = \frac{\sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} \mu_{it} \mu_{tk}}}{\sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} \mu_{it} \mu_{tk}} + \sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} (1-\mu_{it})(1-\mu_{tk})}} \quad k > i + 1 \quad (5)$$

$$\bar{v}_{ik} = \frac{\sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} v_{it} v_{tk}}}{\sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} v_{it} v_{tk}} + \sqrt[k-i-1]{\prod_{t=i+1}^{k-1} (1-v_{it})(1-v_{tk})}} \quad k > i + 1 \quad (6)$$

Rule 2. For  $k = i + 1$ , let  $\bar{r}_{ik} = r_{ik}$ .

Rule 3. For  $k < i$ , let  $\bar{r}_{ik} = (\bar{v}_{ki}, \bar{\mu}_{ki})$ .

Rule 4.  $R$  is identified as an IPR, if

$$d(R, \bar{R}) < \tau \quad (7)$$

Where,  $d(R, \bar{R})$  is the distance measure between the primary IPR ( $R$ ) and its multiplicative consistent IPR  $\bar{R}$ , which is computed with the following equation:

$$d(R, \bar{R}) = \frac{1}{2(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (|\bar{\mu}_{ik} - \mu_{ik}^{(p)}| + |\bar{v}_{ik} - v_{ik}^{(p)}| + |\bar{\pi}_{ik} - \pi_{ik}^{(p)}|) \quad (8)$$

Where,  $\pi$  is the established consistency threshold, and  $p$  is the number of iterations.

Rule 5. The consistency ratio for the IFPR matrix must be less than the preestablished threshold value - 0.1, before computation of the priority weights of criteria. If  $\tau < 0.1$ , the final consistent IPR will be established as:

$$\tilde{\mu}_{ik}^{(p)} = \frac{(\mu_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (\bar{\mu}_{ik})^{\sigma}}{(\mu_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (\bar{\mu}_{ik})^{\sigma} + (1-\mu_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (1-\bar{\mu}_{ik})^{\sigma}} \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$\tilde{v}_{ik}^{(p)} = \frac{(v_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (\bar{v}_{ik})^{\sigma}}{(v_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (\bar{v}_{ik})^{\sigma} + (1-v_{ik}^{(p)})^{1-\sigma} (1-\bar{v}_{ik})^{\sigma}} \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Where,  $\sigma$  is attributed as a controlling parameter by decision makers.

**Step 5. Computation of the criteria weight intervals.** Further, the interval vector of criteria weights

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  are obtained [14] with the equation below:

$$\omega_j = \left[ \omega_j^L, \omega_j^U \right] = \left( \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1-\tilde{\mu}_{ij}}{\tilde{\mu}_{ij}} \right)}, \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\tilde{v}_{ij}}{1-\tilde{v}_{ij}} \right)} \right) \quad (11)$$

The criteria weight vector  $\omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_n^*)$  is assessed in a way that all closeness coefficients of criteria are to be as large as possible [15]. Given that, the following optimization problem is established:

Maximize

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \omega_j \frac{d(r_{ij}, \bar{\alpha}_j^-)}{d(r_{ij}, \bar{\alpha}_j^+) + d(r_{ij}, \bar{\alpha}_j^-)} \quad (12)$$

Subject to

$$\begin{aligned} \omega_1^L &\leq \omega_1 \leq \omega_1^U \\ \omega_2^L &\leq \omega_2 \leq \omega_2^U \\ &\vdots \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \omega_n^L &\leq \omega_n \leq \omega_n^U \\ \sum_{j=1}^n \omega_j &= 1 \\ \omega_j &\geq 0 \text{ for } j = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned}$$

With the purpose to employ equation (12), the following operations on IFSs and IFNs will be used: Hamming distance between IFSs  $A$  and  $B$  is given as following:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} [|\mu_A(x) - \mu_B(x)| + |v_A(x) - v_B(x)| + |\pi_A(x) - \pi_B(x)|] \quad (13)$$

Let  $\alpha_i^+ = (1, 0, 0)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ) be  $m$  largest IFN, then

$$A^+ = (\alpha_1^+, \alpha_2^+, \dots, \alpha_m^+) \quad (14)$$

Is termed as intuitionistic fuzzy positive ideal solution ( $IFIS^+$ ). Let  $\alpha_i^- = (0, 1, 0)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ) be  $m$  smallest IFN, then

$$A^- = (\alpha_1^-, \alpha_2^-, \dots, \alpha_m^-) \quad (15)$$

Is termed as intuitionistic fuzzy positive ideal solution ( $IFIS^-$ )

**Step 6. Aggregation of sub-indices.** Consequently, intuitionistic fuzzy weighted aggregation operator (IFWA) is applied [15] for incorporation of intuitionistic fuzzy values (IFVs) standing for indicators of ECLI sub-indices:

$$IFWA = \left( 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \mu_j)^{w_j}, \prod_{j=1}^n v_j^{w_j} \right) \quad (16)$$

**Step 7. Establishment of linguistic term set.** In order to recognize the corresponding level of aggregated intuitionistic fuzzy values of ECLI among the linguistic term set, the following scale table (table 3) is established [16].

Table 3. Linguistic terms and their matching intuitionistic fuzzy scale

Linguistic terms	IFNs membership and non-membership function value intervals
	( $\mu, v$ )
Absolutely high (AH)	([0.85, 0.90], [0.00, 0.10])
Very high (VH)	([0.75, 0.85], [0.10, 0.15])
High (H)	([0.65, 0.75], [0.15, 0.25])
Medium high (MH)	([0.55, 0.65], [0.25, 0.35])
Medium (M)	([0.45, 0.55], [0.35, 0.45])
Medium low (ML)	([0.35, 0.45], [0.45, 0.55])
Low (L)	([0.25, 0.35], [0.55, 0.65])
Very low (VL)	([0.15, 0.25], [0.65, 0.75])
Absolutely low (AL)	([0.10, 0.15], [0.75, 0.85])

**Step 8. Pattern recognition process.** Finally, similarity measures [17] between aggregated intuitionistic fuzzy

values for ECLI and linguistic terms given in table 3 are computed:

$$S_{MB} = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A^i \mu_B^i + \nu_A^i \nu_B^i + \pi_A^i \pi_B^i)}{\left( \sum_{i=1}^n (\mu_A^i + \nu_A^i + \pi_A^i), \sum_{i=1}^n (\mu_B^i + \nu_B^i + \pi_B^i) \right)} \quad (17)$$

Where  $S_{MB}$  - is the similarity measure between IFSs A and B.

### ESTIMATION RESULTS

In this section estimation outputs are presented. Following step 3 to 5 as provision for performing intuitionistic fuzzy aggregation, priority weights of sub-indices are estimated based on consistent IFPR matrices. Following the algorithm, weights vectors of indicators for Green Economy Quality ( $\omega^1$ ), Social Quality ( $\omega^2$ ), and Environmental Quality ( $\omega^3$ ), sub-indices are computed that are given below, respectively:

$$\omega^1 = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9, \omega_{10}) = (0.1587, 0.1197, 0.1196, 0.1258, 0.0897, 0.0937, 0.0918, 0.0719, 0.0718, 0.0573)$$

$$\omega^2 = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7) = (0.1975, 0.1554, 0.1464, 0.1425, 0.1425, 0.1079, 0.1078)$$

$$\omega^3 = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8) = (0.1816, 0.1356, 0.1356, 0.1361, 0.1264, 0.1020, 0.1019, 0.0808)$$

The computed weights of sub-indices are below:

$$w = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (0.4020, 0.3289, 0.2691)$$

The aggregations of ECLI between 2018-2020 are given below:

$$ECLI(2018) = \left( (1 - ((1 - 0.29)^{0.402}) * (1 - 0.31)^{0.3289} * (1 - 0.58)^{0.2691}), (0.66^{0.402} * 0.63^{0.3289} * 0.28^{0.2691}) \right) = (0.39, 0.52)$$

$$ECLI(2019) = \left( (1 - ((1 - 0.30)^{0.402}) * (1 - 0.27)^{0.3289} * (1 - 0.43)^{0.2691}), (0.64^{0.402} * 0.68^{0.3289} * 0.49^{0.2691}) \right) = (0.39, 0.52)$$

$$ECLI(2020) = \left( (1 - ((1 - 0.30)^{0.402}) * (1 - 0.33)^{0.3289} * (1 - 0.31)^{0.2691}), (0.65^{0.402} * 0.62^{0.3289} * 0.64^{0.2691}) \right) = (0.39, 0.52)$$

According to step 6, IFWA values are estimated for sub-indices before computation the overall index-ECLI that are illustrated in Table 4.

Table 4. IFWA results as IFVs

№	Sub-indices and overall index	IFWA values			Weights of sub-indices
		2018	2019	2020	
1	Green Economy Quality sub-index	(0.29,0.66)	(0.30,0.64)	(0.30,0.65)	0.4020
2	Social Quality sub-index	(0.31,0.63)	(0.27,0.68)	(0.33,0.62)	0.3289
3	Environmental Quality sub-index	(0.58,0.28)	(0.43,0.49)	(0.31,0.64)	0.2691
<b>Ecological Civilization Level Index aggregated IFVs</b>		<b>(0.39,0.52)</b>	<b>(0.33,0.61)</b>	<b>(0.31,0.64)</b>	---

The analysis of the aggregated IFVs in table 4 reveals that there were not significant changes in the level of Green Economy Quality and Social Quality sub-indices. However, there was a considerable fall in the level of Environmental Quality sub-index, which is the main cause in deterioration of Ecological Civilization Level Index. Finally, similarity measures between aggregated value for ECLI and relevant linguistic terms given in table 3 are computed (table 5):

Table 5. Computed similarity values in line with linguistic terms

Linguistic terms	Similarity values		
	2018	2019	2020
Absolutely high (AH)	0.4818	0.4204	0.4000
Very high (VH)	0.5772	0.5224	0.5041
High (H)	0.7027	0.6595	0.6450
Medium high (MH)	0.8484	0.7913	0.7482
Medium (M)	0.9467	0.8476	0.8113
Medium low (ML)	0.9763	0.9038	0.8745
Low (L)	0.9305	0.9600	0.9376
Very low (VL)	0.8198	0.9117	0.9423
Absolutely low (AL)	0.7082	0.8045	0.8366

Obviously, the highest similarity values corresponding to the linguistic terms indicate the level of ECLI over the considered years which are identified as:

$$\begin{aligned} \text{ECLI}(2018) &= \mathbf{ML} \\ \text{ECLI}(2019) &= \mathbf{L} \\ \text{ECLI}(2020) &= \mathbf{VL} \end{aligned}$$

## CONCLUSION

Assessment of the ECLI index is one of the main challenges in the study of sustainable development. In this paper, we developed a new approach for computation of the ECLI index that can be an empirical reference.

The elaborated methodology covers the following stages; Firstly, the crisp data on indicators are normalized taking into account positive and negative affecting indicators. Then, normalized data are fuzzified. Next, the priority weights of indicators are computed following the construction and checking for the consistency of IFPR matrices. Consequently, ECLI is aggregated as an overall intuitionistic fuzzy value and similarity measures are computed in order to select proper corresponding linguistic value. The proposed methodology can produce more accurate and globally comparable results, if global maximum and minimum are taken into account, and time series ranges increased. The obtained results show ECLI level in Azerbaijan between 2018-2020, and the elaborated approach can be applicable in analysis and computation of same problem in other countries.

## REFERENCES

1. R. Morrison. Ecological democracy. South End Press, Boston, 1995
2. X. Wang and X. Chen "An evaluation index system of China's development level of ecological civilization, (11), Sustainability 2019, 13 p., <http://doi:10.3390/su11082270>.
3. F. Dong, Y. Pan, X. Zhang and Z. Sun "How to evaluate provincial ecological civilization? The case of Jiangsu province, China", International Journal Environmental Research and Public Health, 17, 5334, 2020, 20 p., <http://doi:10.3390/ijerph17155334>
4. L. Mi, T. Jia, Y. Yang, L. Jiang, B. Wang, Tao Lv, Le Li and J. Cao "Evaluating the effectiveness of regional ecological civilization policy: evidence from Jiangsu province, China", International Journal Environmental Research and Public Health, 19, 388, 2022, 20 p., <http://doi.org/10.3390/ijerph19010388>.
5. U. Alakbarov. Ecologization of Human Activity. J. Energy, Ecology, Economy, 2, 1998, 141-143.
6. U. Alakbarov, G. Imanov. Ecological civilization index: Concept and first implementation. Proceeding of the "Man and Biosphere"(MaB, UNESCO) Azerbaijan National Committee, Ecological civilization, Sustainable development, Environment. Annual edition, 2011, vol.7, Azerbaijan, pp.5-14.

7. [www.azstat.gov.az](http://www.azstat.gov.az)
8. <http://wdi.worldbank.org/tables>
9. Radhika, C., Parvathi, R.: Intuitionistic fuzzification functions. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. Vol. 12(2), pp. 1211-1227, (2016).
10. Gong, Z.W., Forrest, J.Y., Yao, T.: *Uncertain Fuzzy Preference Relations and Their Applications*. *Studies in Fuzziness and Soft Computing* 281, Springer Berlin, Heidelberg (2013). Doi:10.1007/978-3-642-28448-9
11. Gong, Z.W., Li, L.S., Zou, F.X.: Goal programming approaches to obtain the priority vectors from the intuitionistic fuzzy preference relations. *Computers & Industrial Engineering*, 57, 1187-113, (2009). Doi:10.1016/j.cie.2009.05.007
12. Huchang, L., Xu, Z.S.: Priorities Of Intuitionistic Fuzzy Preference Relation Based On Multiplicative Consistency *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 22(6):1669-1681, (2014). Doi:10.1109/TFUZZ.2014.2302495
13. Xu, Z.S., Huchang, L.: Intuitionistic Fuzzy Analytic Hierarchy Process. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 22(4), 749-761, (2014). Doi:10.1109/TFUZZ.2013.2272585
14. Genç, S., Boran, F.E., Akay, D.: Some Approaches on Estimating Criteria Weights from Intuitionistic Fuzzy Preference Relations under Group Decision Making. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, (2010).
15. S. French, R. Hartley. L.C. Thomas, D.J. White. *Multi - objective Decision Making*. New York: Academic Press, 1993
16. Xu, Z.S.: Intuitionistic fuzzy aggregation operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol 15, pp. 1179-1187, (2007). Doi: 10.1109/TFUZZ.2006.890678
17. Kahraman, C., Öztayşi, B., Onar, S.Ç.: An İntegrated İntuitionistic Fuzzy AHP and TOPSİS Approach to Evaluation of Outsource Manufacturers. *Journal of Intelligent Systems*, 29(1), 283-297, (2020). Doi: 10.1515/jisys-2017-0363
18. Mukherjee, S., Basu, K.: Solution of a class of intuitionistic fuzzy assignment problem by using similarity measures. *Knowl. Based Syst.* 27, pp. 170-179, (2012). Doi:10.1016/j.knosys.2011.09.007

# CONDITIONS OF HEALTH AND WELLBEING IN THE QUATERNARY SECTOR FOR TELEWORKING IN MEXICO

Ingrid N. Pinto-López, Cynthia M. Montaudon-Tomas, Alicia L. Yáñez Moneda  
UPAEP Universidad

## ABSTRACT

The occupational health and well-being conditions that remote workers in the quaternary sector have experienced during the period of confinement derived from the COVID-19 pandemic in Mexico are analyzed in this article. A scale was developed, validated, and applied to 1035 workers in the quaternary sector in 27 states of the Mexican Republic. The results allow for the analysis of physical and emotional conditions of health and well-being in remote working schemes, as well as areas of opportunity to prevent major effects on health and labor productivity.

Keywords: COVID-19, health, quaternary sector, Mexico, teleworking, remote work, well-being

## INTRODUCTION

The health crisis derived from the COVID-19 pandemic has led, among other things, to an increase in the adoption of flexible work models (Belostecinic et al., 2022). Schemes such as teleworking and/or hybrid work require studies that explore the ramifications of these scenarios for workers from an occupational health and well-being perspective (Chafi et al., 2022).

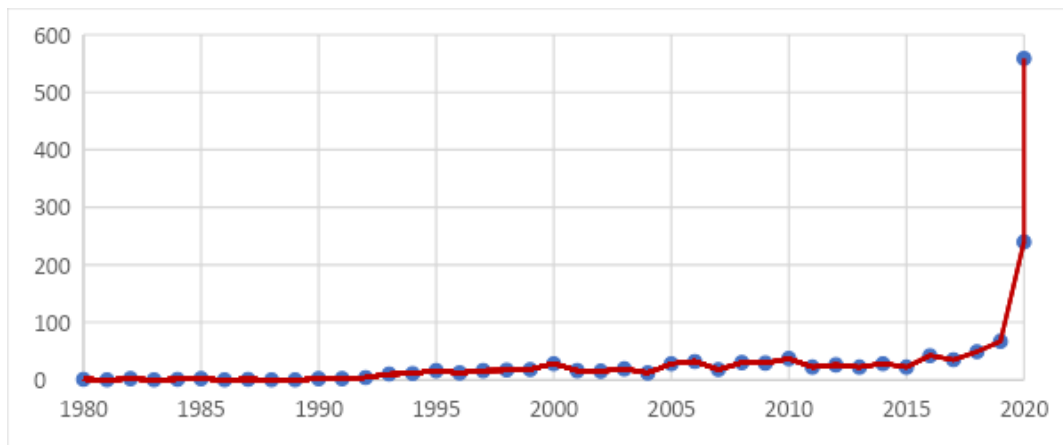
Various investigations carried out since the emergence of the pandemic have reported the impacts on health and occupational well-being that have been experienced and that affect the physical and mental health of people (Shimura et al., 2021; Rodríguez-Hernández et al., 2021). This includes work conditions, loneliness (Fujii et al., 2021), depression (Grandi, et al., 2021), stress (Montaudon et al., 2021), irritability (Brooks et al., 2020), anger (OIT, 2021), emotional exhaustion (Brooks et al., 2020), anxiety and sleep disorders (Bean et al., 2021), and burnout (Scales et al., 2021), among others.

## BACKGROUND

### *I. Research in the field of teleworking, health, labor well-being, and COVID-19*

Research on teleworking shows a growing trend in recent years. A bibliometric analysis carried out with information from the Web of Science data repository during the period from 1980 to 2022 shows that 1,549 scientific documents have been published on this subject, of which 44.09% are open access. It is worth noting that 55.32% have been published in the period from 2020 to 2022, during the COVID-19 pandemic. The annual distribution of publications is shown in Figure 1.

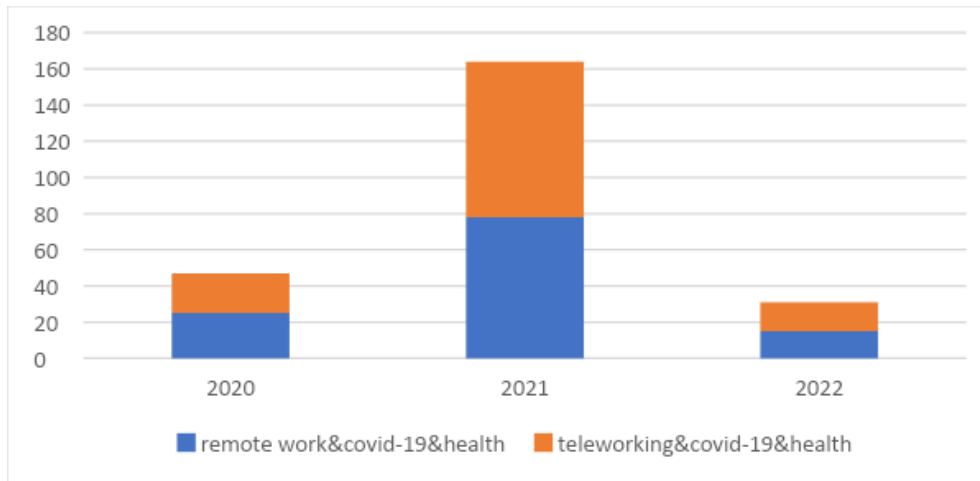
Figure 1 *Publications per year on teleworking*



Source: Developed by the authors with data obtained on 02/28/2022 from WoS

Regarding the number of publications that involve teleworking, health, and COVID-19, 242 publications are reported in WoS (see Figure 2). It should be noted 67.76% of them were published in 2021.

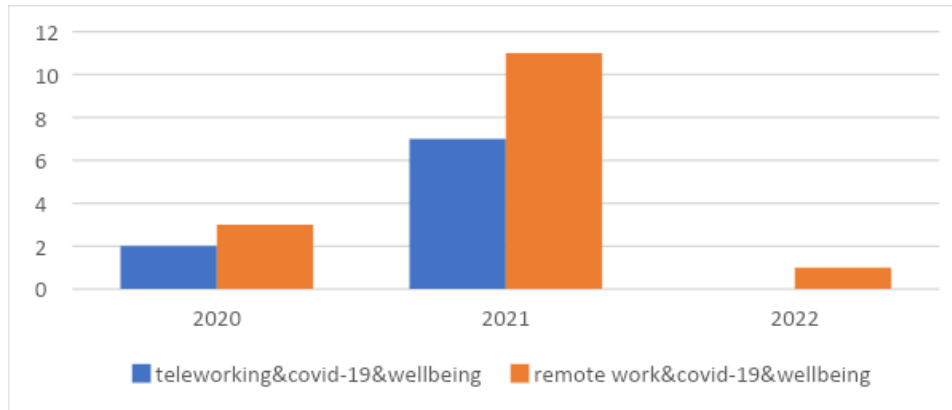
Figure 2 *Publications per year (teleworking + COVID-19 + health)*



Source: Developed by the authors with data obtained on 02/28/2022 from WoS

In terms of the number of publications that involve teleworking, well-being, and COVID-19, 24 publications are reported in WoS (see Figure 3). It should be noted that, compared to health-related publications, those that address well-being issues are few, however, trend analysis indicates that there will be an increase in these topics.

Figure 3 *Publications per year (teleworking + COVID-19 + well-being)*



Source: Developed by the authors with data obtained on 02/28/2022 from WoS

## ***II. Teleworking, occupational health, and well-being***

Teleworking is recognized as a form of flexible work (Olivier, 2020). It can be defined as a type of remote work in which the worker is not physically present in the company and uses telecommunication tools to carry out their professional activities (Gallegos-Muñoz et al., 2022).

Teleworking, under normal conditions, entails many advantages that both workers and companies can benefit from, namely: work is done without a specific location or schedule, work is done at any time and place, travel or commuting times are reduced, better balance between work, family and personal life, space and infrastructure savings, reduction of fixed operating costs, increase in labor productivity, growth and geographical expansion of the company, reduction of labor absenteeism rates, greater flexibility in labor relations, favors selectivity in jobs, and

reduces coexistence problems among workers, among others (Montaudon-Tomas et al., 2021-b; Gallegos-Muñoz et al., 2022).

However, the COVID-19 pandemic, the social isolation measures, and the forced transition to remote work, significantly reduced the benefits of teleworking, which was not favorable for everyone, teleworking in these conditions has exposed workers to an even greater risk of suffering disorders that affect their physical and mental health (AESST, 2021).

The International Labor Organization (2021) estimates that one in five workers worldwide has migrated their professional activities to a teleworking modality. In Latin America, at the worst moment of the health crisis, at least 23 million people transitioned to teleworking (ILO, 2021), and in Mexico specifically around 72% of employees were working remotely during the confinement measures (STATISTA, 2020).

### ***III. Quaternary sector***

Economic activities are divided into sectors and classified as primary, secondary, tertiary, quaternary, and quinary (Definición ABC, 2022). The quaternary sector groups activities related to the intangible value of information, covering the management and distribution of said information. It encompasses economic activities that are based on knowledge and are impossible to mechanize, such as the generation and exchange of information, innovation, technology, consulting, education, research and development, and financial planning, among other services or intellectual activities (Rosenberg, 2020).

#### **Purpose**

The objective of this article is to analyze the occupational health and well-being conditions that workers in the quaternary sector in a teleworking scheme have experienced during the period of confinement derived from the COVID-19 pandemic in Mexico.

### **METHODOLOGY**

#### ***Participants***

A scale was applied to 1035 workers in the quaternary sector in 27 states of the Mexican Republic. The collection of primary data that supports the present analysis was carried out in the months of August to November of the year 2020, between 5 and 8 months after the transition to teleworking, so that, by the time the data was collected, the workers were used to remote work, having carried it out for a few months by then.

#### ***Technique and instrument***

The research is quantitative with a non-experimental transversal-descriptive design. It is non-experimental with a descriptive scope since its purpose is to analyze the remote working conditions for employees of the quaternary sector in Mexico. It is transversal because the data collection was carried out in a single period of time in a representative sample of the population (Hernández-Sampieri, et.al., 2108). The sampling technique is non-probabilistic through the design of a scale sent by electronic means.

#### ***Process***

The variables analyzed in this research correspond to a subset of data from a scale developed for a much broader study that evaluates the conditions and effects of remote work in different dimensions of work and personal life in employees who, as a result of the health crisis, moved their professional activities to teleworking modalities (Montaudon-Tomas et al., 2021). The designed scale is composed of several dimensions, namely: effects on employment, income and spending; conditions in homes; access to technology and digital skills; time and task management; job performance; occupational health and well-being; family relationships; and the future of remote work.

The occupational health and well-being dimension is analyzed in this study, considering only workers from the quaternary sector. 30 variables are analyzed, which include classification data, dichotomous questions, multiple choice questions, and questions on a 7-point Likert scale.

The information was collected in Mexico between the months of August and November 2020, consisting of 1035 observations with 30 variables.

The validation of the scale was carried out with Cronbach's Alpha (Quero, 2010), yielding a result of 0.9235, which shows that it is highly reliable. According to George & Mallery (2003), values above 0.9 have a weighting of excellent. The software used to carry out the calculation is STATA (see Table 1, see Annex 1).

Table I *Cronbach's Alpha Results*

Item	Indicator	Code	Cronbach's Alpha
1	Age	edad	0.9237
2	Gender	genero	0.9241
3	Marital status	civil	0.9243
4	Place of residence	estado	0.9243
5	Sector of work	sector	0.9242
6	Number of people living in the home	personas_hog	0.9238
7	Since working from home you feel like you work more	trabaja_mas	0.9234
8	You participate in more meetings than before	juntas_mas	0.9240
9	It has been harder to stay motivated	motivacion	0.9212
10	You feel more tired working from home	cansancio	0.9213
11	You have frequent headaches	dolor_cabeza	0.9213
12	You feel tension in the neck or back	tension	0.9214
13	You think you yell more than usual	grita	0.9211
14	You think you get irritated more easily	irritabilidad	0.9208
15	You feel that small problems have turned into sources of conflict	conflicto	0.9207
16	You are more sensitive now that you spend more time at home	sensible	0.9209
17	You get angry more easily	enojo	0.9207
18	You have experienced burnout	burnout	0.9214
19	You have suffered an anxiety attack	ansiedad	0.9217
20	You have had to seek medical services or support	apoyo_medico	0.9220
21	Your eyes are irritated frequently	ojos	0.9216
22	You have suffered joint pain from excessive computer use	articulaciones	0.9216
23	Using technology to carry out your work has generated stress	estres	0.9208



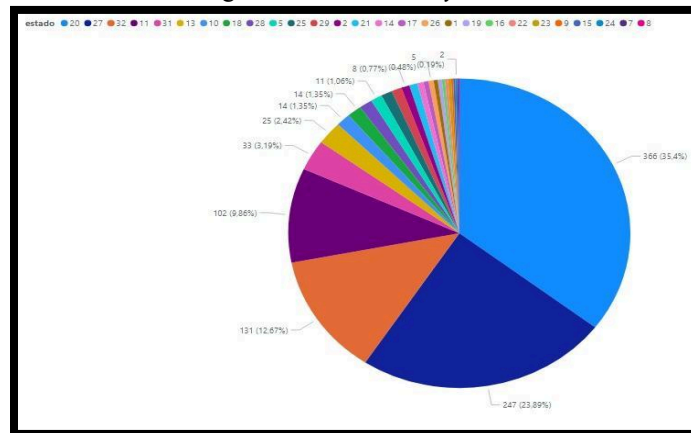
24	Having to use different technologies has been difficult	dificultad	0.9217
25	You feel more stressed working from home	mas_estresado	0.9207
26	You feel that you have less patience with other members of your family	menos_paciencia	0.9212
27	Even when the pandemic ends, you would like to continue working from home	continuar	0.9226
28	You trust the health and safety measures to return to face-to-face employment	confianza_retorno	0.9238
29	You feel great uncertainty about the future of your job	incertidumbre	0.9225
30	You believe that you will adapt more easily to returning to the office than when you transitioned to teleworking	adaptar_retorno	0.9243

### Findings

The classification data shows that the average age of the participants is 45 in a range of 18 to 79. 56.81% are females, 42.81% are males, and 0.38% prefer not to specify. Regarding marital status, 55.16% reported being married, 31.30% single, 1.64% widowed, 6.85% cohabiting, and 4.92% divorced. The average number of people per household is 3 and 65.6% of participants report having one or more children.

The participants are located in 27 of the 32 states of the Mexican Republic, the percentage of participation in each state is presented in Figure 4.

Figure 4 Distribution by state



Source: Developed by the authors. Abbreviations: 1: Aguascalientes; 2: Baja California; 5: Chiapas; 7: Coahuila de Zaragoza; 8: Colima; 9: Durango; 10: Estado de México; 11: Guanajuato; 13: Hidalgo; 14: Jalisco; 15: Michoacán de Ocampo; 16: Morelos; 17: Nayarit; 18: Nuevo León; 19: Oaxaca; 20: Puebla; 21: Querétaro; 22: Quintana Roo; 23: San Luis Potosí; 24: Sinaloa; 25: Sonora; 26: Tabasco; 27: Tamaulipas; 28: Tlaxcala; 29: Veracruz de Ignacio de la Llave; 31: Zacatecas; 32: Ciudad de México CDMX.

The results of the indicators formulated on the Likert scale are presented in Table 3; a scale of 7 assigned values is used, as presented in Table 2. The mean, standard deviation, and level of agreement or disagreement are also included for each item. For the level of disagreement, the values from 1 to 3 are grouped and for the level of agreement the values from 5 to 7 are grouped; the value 4 is considered neutral.

Table II  
Likert scale values

Value	Interpretation
7	Totally in agreement
6	Agree
5	Partially agree
4	Neither agree nor disagree
3	Partially disagree
2	Disagree
1	Totally in disagreement

Table III  
Results per item

Item	Average	Standard deviation	Level of agreement (%)		
			Disagreement (1-3)	Neutral (4)	Agreement (5-7)
<b>WELL-BEING AT WORK</b>					
Since working from home you feel like you work more	6.17	1.47	6.1	7.0	86.9
You participate in more meetings than before	5.18	1.91	17.5	17.4	65.1
It has been harder to stay motivated	4.27	2.20	36.2	13.2	50.6
You have experienced burnout syndrome	3.46	2.28	51.5	12.8	35.7
Using technology to carry out your work has generated stress	3.71	2.28	48.4	10.9	40.7
Having to use different technologies has been difficult	3.29	2.12	56.5	13.1	30.5
You feel more stressed working from home	4.17	2.27	38.7	15.2	46.1

Even when the pandemic ends, you would like to continue working from home	4.41	2.23	31.1	17.3	51.5
You trust the health and safety measures to return to face-to-face employment	4.10	2.30	40.5	13.9	45.6
You feel great uncertainty about the future of your job	3.92	2.22	41.5	17.0	41.6
You believe that you will adapt more easily to returning to the office than when you transitioned to teleworking	4.92	1.91	19.1	21.0	60.0
You have had to seek medical services or support	2.52	2.13	70.9	7.4	21.8
<b>PHYSICAL HEALTH</b>					
You feel more tired working from home	5.12	2.06	22.1	10.3	67.5
You have frequent headaches	3.84	2.31	45.4	11.7	42.9
You feel tension in the neck or back	4.88	2.17	27.6	9.3	63.1
Your eyes are irritated frequently	4.33	2.27	36.9	10.8	52.2
You have suffered joint pain from excessive computer use	4.54	2.27	33.0	8.5	58.5
<b>MENTAL HEALTH</b>					
You think you yell more than usual	3.32	2.21	55.3	11.9	32.8
You think you get irritated more easily	3.54	2.20	51.7	13.2	35.1
You feel that small problems have turned into sources of conflict	3.26	2.15	58.0	10.6	31.5
You are more sensitive now that you spend more time at home	3.92	2.26	44.8	12.0	43.2
You get angry more easily	3.36	2.17	55.2	12.5	32.3
You have suffered an anxiety attack	3.14	2.29	60.7	7.5	31.7

You feel like you have less patience toward your family	3.18	2.15	57.4	12.5	30.1
---	------	------	------	------	------

### Work well-being analysis

The indicators analyzed show that more than 50% of workers in the quaternary sector report working more, participating in more meetings than before, and are finding it hard to stay motivated. Approximately one-third of the population states that they have experienced burnout syndrome, and close to 50% report feeling more stressed working from home.

Regarding the use of technology, the information collected shows that approximately a third of the workers in the quaternary sector have had difficulties using technology to carry out their work.

In percentages greater than 50%, the population reports that, even when the pandemic ends, they would like to continue working from home. In the event of returning to work in person or hybrid environments, more than 40% report trusting the health and safety measures offered by their employers, and most of them consider they will be able to adapt to the return to face-to-face or hybrid work with greater ease than when transitioning to remote work.

### Physical and mental well-being analysis

As for the physical health dimension, the results show that more than half of workers in the quaternary sector have suffered from fatigue, neck or back tension, burning eyes, and joint pain. Additionally, approximately 42% have frequent headaches.

Regarding mental health, most of the workers in the quaternary sector have managed to maintain emotional stability, only a third say they yell more and report more irritability, conflicts, sensitivity, anger, anxiety attacks, and less patience with other family members.

## CONCLUSIONS

The analysis carried out allows to identify the positive and negative aspects of teleworking, it can be highlighted that:

- Most of the workers in this sector have the skills to use the necessary technologies for the development of their professional activities, therefore, only a low percentage have suffered stress due to the use of technology in the transition to telework.
- Most of the workers in this sector have managed to maintain emotional stability, however, a third of the workers report having some problems with their mental health, situations to which organizations must be attentive and proactive to avoid major complications.
- The physical health problems that are identified in the majority of workers in the quaternary sector are related to the increase in the use of information and communication technologies.
- A low percentage (21.8%) of workers reported having had to resort to specialized medical care.
- In general terms, most workers have a good experience with teleworking, so they would like to continue working from home as much as possible even after the pandemic ends.

### Originality

This article contributes to the growing research and literature on remote work from the perspective of health and well-being of workers, which is still sometimes overlooked. Additionally, it presents information acquired through a study that can be replicated in other sectors and countries to allow for comparative data.

## REFERENCES

Agencia Europea para la Seguridad y la Salud en el Trabajo AESST. (2021). “El teletrabajo y los riesgos para la salud en el contexto de la pandemia de COVID-19: pruebas sobre el terreno e implicaciones políticas”, available at:

<https://osha.europa.eu/es/publications/executive-summary-telework-and-health-risks-context-covid-19-pandemic-evidence-field-and-policy-implications> (accessed 20 June 2022)

- Bean, S.R., Khawaja, I.S., Ventimiglia, J.B., Khan, S.S. (2021). "Covid-somnia: Sleep disruptions associated with the covid-19 pandemic", *Psychiatric Annals*, Vol. 51 No. 12, pp. 566-571.
- Belostecinic, G., Mogos, R.I., Popescu, M.L., Burlacu, S., Radulescu, C.V., Bodislav, D.A., Bran, F., Oancea-Negescu, M.D. (2022). "Teleworking-an economic and social impact during covid-19 pandemic: A data mining analysis", *International Journal of Environmental Research and Public Health*, Vol. 19 No. 1, pp. 298.
- Brooks, S.K., Rebecca, K.W., Louise, E.S., Lisa, W., Simon, W., Neil, G., Gideon, J.R. (2020). "The Psychological Impact of Quarantine and How to Reduce It: Rapid Review of the Evidence", *The Lancet*, Vol. 395 No. 10227, pp. 12-20.
- Chafi, M.B., Hultberg, A., Yams, N.B. (2022). "Post-pandemic office work: Perceived challenges and opportunities for a sustainable work environment", *Sustainability*, Vol. 14 No. 1, pp. 294.
- DefiniciónABC. (2022). "Definición de sector cuaternario", available at: <https://www.definicionabc.com/tecnologia/sector-cuaternario.php> (accessed 21 June 2022)
- Fujii, R., Konno, Y., Tateishi, S., Hino, A., Tsuji, M., Ikegami, K., Nagata, M., Yoshimura, R., Matsuda, S., Fujino, Y. (2021). "Association Between Time Spent with Family and Loneliness Among Japanese Workers During the Covid-19 Pandemic: A Cross-Sectional Study", *Frontiers in Psychiatry*, Vol. 12 No. 8, pp. 786400.
- George, D., Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A Simple Guide and Reference*. 4a. ed. Boston: Ayllyn and Bacon.
- Grandi, A., Sist, L., Martoni, M., Colombo, L. (2021). "Mental health outcomes in northern Italian workers during the covid-19 outbreak: The role of demands and resources in predicting depression", *Sustainability*, Vol. 13 No. 20, pp. 11321.
- Gallegos-Muñoz, C.P., Medina-Giacomozzi, A.I., Ramírez-Muñoz, M.P., Mora-Sepúlveda, C.S. (2022). "Teletrabajo: su impacto en los trabajadores de la ciudad de Chillán, Chile", *Revista Encuentros*, DOI: 10.15665/encuen.v20i01.2749
- Hernández-Sampieri, R., Mendoza-Torres, C.P. (2018). *Metodología de la Investigación*. McGrawHill.
- ILO (2021). "El teletrabajo durante la pandemia de COVID-19 y después de ella". ILO, available at: [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.ilo.org%2Fwcmssp5%2Fgroups%2Fpublic%2F---ed\\_protect%2F---protrav%2F---travail%2Fdocuments%2Fpublication%2Fwcms\\_758007.pdf&clen=2472858&chunk=true](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.ilo.org%2Fwcmssp5%2Fgroups%2Fpublic%2F---ed_protect%2F---protrav%2F---travail%2Fdocuments%2Fpublication%2Fwcms_758007.pdf&clen=2472858&chunk=true) (accessed 20 June 2022)
- Montaudon-Tomas, C.M., Pinto-López, I.N., Olivera-Pérez, E., Amsler, A. (2021). *Estado del trabajo remoto en México durante la pandemia de COVID-19*. Observatorio de Competitividad y Nuevas Formas de Trabajo UPAEP.
- Montaudon-Tomas, C.M., Pinto-López, I.N., Yáñez-Moneda, A.L., Amsler, A. (2021-b). The Effects of Remote Work on Family Relationships. Chapter in Future of Work, Work-Family Satisfaction, and Employee Well-Being in the Fourth Industrial Revolution. IGI Global.
- Olivier, R. (2020). "Llega la era del trabajo flexible", *Capital Humano*, Vol. 356, pp. 105-111.
- Quero, M. (2010). "Confiabilidad y coeficiente Alpha de Cronbach", *Telos*, Vol. 12 No. 2, pp. 248-252.
- Rodríguez-Hernández, C., Medrano\_Espinoza, O., Hernández-Sánchez, A. (2021). "Salud mental de los mexicanos durante la pandemia de COVID-19", *Gaceta Médica de México*, Vol. 157 No. 3. DOI: <https://doi.org/10.24875/gmm.20000612>
- Rosenberg, M. (2020). The 5 Sectors of the Economy, available at: <https://www.thoughtco.com/sectors-of-the-economy-1435795> (accessed 23 June 2022)
- Scales, S.E., Patrick, E., Stone, K.W., Kintziger K.W., Jagger, M.A. (2021). "A Qualitative Study of the COVID-19 Response Experiences of Public Health Workers in the United States", *Health Security*, Vol. 19 No. 6, pp. 573-581.
- Secretaría de Salud. SS. (2022). Informe Técnico Diario, available at: <https://coronavirus.gob.mx/2022/02/23/informacion-al-23-de-febrero/> (accessed 21 June 2022)
- Shimura, A., Yokoi, K., Ishibashi Y., Akatsuka, Y., Inoue, T. (2021). "Remote Work Decreases Psychological and Physical Stress Responses, but Full-Remote Work Increases Presenteeism", *Frontiers in Psychology*, Vol. 12 No. 30, pp. 730969.
- STATISTA. (2020). Porcentaje de empleados que trabajaron en casa durante el confinamiento en México en junio de 2020, available at: <https://es.statista.com/estadisticas/1147384/porcentaje-empleados-home-office-mexico/> (accessed 23 June 2022)

## SELECCIÓN DE PRODUCTOS FINANCIEROS SOSTENIBLES UTILIZANDO TÉCNICAS DE LÓGICA DIFUSA

Víctor G. Alfaro-García; Gerardo G. Alfaro Calderón  
victor.alfaro@umich.mx, gerardo.alfaro@umich.mx  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

### RESUMEN

En los últimos años, la industria financiera ha optado por la sostenibilidad y la inversión responsable debido a la creciente preocupación por el cambio climático, las desigualdades sociales y las prácticas corporativas éticas. Esto ha llevado al surgimiento de productos financieros sostenibles que priorizan los principios ESG para fomentar impactos ambientales y sociales positivos. A pesar de sus beneficios, desafíos como la limitada conciencia y la falta de métricas ESG estandarizadas obstaculizan su adopción generalizada. Técnicas de lógica difusa, incluyendo el coeficiente de adecuación y la distancia de Hamming, han demostrado ser efectivas en la toma de decisiones, capturando la incertidumbre y mejorando la gestión del riesgo. Al aplicar la lógica difusa, seleccionamos el producto P9 como la opción sostenible óptima basada en las preferencias de los tomadores de decisiones. La adopción de estas herramientas puede conducir a un paisaje financiero más sostenible y equitativo.

### ABSTRACT

In recent years, the financial industry has shifted towards sustainability and responsible investing due to growing concerns about climate change, social inequalities, and ethical corporate practices. This has led to the emergence of sustainable financial products that prioritize ESG principles to promote positive environmental and societal impacts. Despite their benefits, challenges like limited awareness and lack of standardized ESG metrics hinder widespread adoption. Fuzzy logic techniques, including the adequacy coefficient and Hamming distance, prove effective in decision-making, capturing uncertainty and improving risk management. By applying fuzzy logic, we selected product P9 as the optimal sustainable choice based on decision makers' preferences. Embracing these tools can lead to a more sustainable and equitable financial landscape.

Keywords: Adequacy coefficient, Hamming distance, ESG, sustainable financial products, selection

### INTRODUCCIÓN

En tiempos recientes, ha habido una creciente conciencia sobre los efectos significativos que las actividades humanas tienen tanto en el medio ambiente como en la sociedad (Monge et al., 2022). Esta creciente conciencia por temas como el cambio climático, las disparidades sociales y la conducta ética de las empresas ha impulsado una notable evolución en el sector financiero, orientándolo hacia la sostenibilidad y prácticas de inversión conscientes (Koenigsmarck & Geissdoerfer, 2021). Este cambio de enfoque ha llevado al desarrollo de productos financieros sostenibles que buscan equilibrar los objetivos financieros con criterios ambientales, sociales y de gobernanza (ESG) (Buallay, 2019).

Los productos financieros sostenibles emergen como instrumentos potentes para abordar problemas globales críticos como el cambio climático, la desigualdad social y la gobernanza corporativa (Mejia-Escobar et al., 2020). Estas soluciones financieras innovadoras priorizan los principios ESG y se esfuerzan por armonizar las ambiciones financieras con impactos positivos en la sociedad y el medio ambiente. En el ámbito financiero en evolución, la importancia de los productos financieros sostenibles en la promoción del cambio positivo y la inversión responsable es cada vez más reconocida. Además, numerosos estudios han demostrado los impactos financieros beneficiosos de las inversiones centradas en ESG (Friede et al., 2015).

Ejemplos de estos productos financieros sostenibles incluyen Bonos Verdes, que son instrumentos de deuda emitidos para financiar proyectos ecológicos, y Fondos Indexados ESG, que invierten en un conjunto de empresas que cumplen con los estándares ESG, reflejando el desempeño de un índice bursátil centrado en ESG (A. Nabila et al., 2022). Los Fondos Mutuos Socialmente Responsables invierten en empresas éticamente sólidas con impactos sociales positivos. Además, hay Bonos Vinculados a la Sostenibilidad que obligan a los emisores a cumplir con objetivos de sostenibilidad específicos, Fondos Cotizados en Bolsa (ETFs) centrados en ESG que invierten en una amplia gama de activos compatibles con ESG, Fondos de Inversión de Impacto que canalizan capital hacia proyectos o empresas con beneficios sociales y ambientales, Préstamos Vinculados a la Sostenibilidad que vinculan las tasas de interés al rendimiento en sostenibilidad e Hipotecas Verdes que ofrecen beneficios para propiedades energéticamente eficientes o ecológicas.

Sin embargo, existen aún desafíos en la adopción de productos financieros sostenibles (Folqué et al., 2021). Estos incluyen una falta de conciencia entre los inversores, educación limitada sobre estos productos, conceptos erróneos sobre sus retornos financieros y la ausencia de métricas ESG estandarizadas, lo que puede llevar a confusión y escepticismo.

La aplicación de la lógica difusa (Zadeh, 1965), conocida por su efectividad en modelar la incertidumbre y la imprecisión inherente en la toma de decisiones humanas, es altamente relevante en este contexto (Alfaro-García, 2020). Al acomodar la pertenencia parcial y los diferentes grados de verdad, la lógica difusa ofrece una comprensión más sofisticada del comportamiento humano y los procesos de toma de decisiones. Este método mejora los modelos de decisión y proporciona perspectivas más profundas en varios campos como la psicología, la sociología, la inteligencia artificial y las ciencias de la decisión (Alfaro-García, Merigo, et al., 2018).

En años recientes, la aplicación de métodos de medición de distancia en la Toma de Decisiones (TD) se ha vuelto particularmente significativa. El concepto de derivar resultados comparando información de expertos en el dominio con un conjunto ideal de preferencias ha encontrado aceptación en el ámbito académico (Gil-Aluja, 1999). La literatura actual explora varias métricas de distancia, incluyendo la distancia de Hamming, la distancia euclidiana y la distancia de Hausdorff (Kacprzyk, 1997; Xu & Chen, 2008). Entre estas, nuestro estudio se concentra en la distancia de Hamming (Hamming, 1950), que es distintiva por su consideración de la importancia de cada valor de desviación.

El objetivo de este documento es emplear algoritmos de lógica difusa en la selección de productos financieros sostenibles, considerando las necesidades, creencias y expectativas de los tomadores de decisiones. Sugerimos utilizar el coeficiente de adecuación y la distancia de Hamming para facilitar este proceso.

## **MARCO TEÓRICO**

Al evaluar la selección de productos financieros, hay varias consideraciones clave que los inversores y profesionales financieros deben tener en cuenta. Estas consideraciones ayudan a garantizar que los productos financieros elegidos estén alineados con los objetivos del inversor, su tolerancia al riesgo y su estrategia financiera general.

Algunos factores que deben considerarse incluyen los objetivos de inversión para definir los objetivos financieros del inversor, como la preservación del capital, la generación de ingresos y la apreciación del capital, la tolerancia al riesgo para evaluar la disposición del inversor a soportar fluctuaciones en el valor de sus inversiones (Heinemann et al., 2018). Además, el horizonte temporal, entendido como el tiempo que el inversor tiene la intención de mantener los productos financieros debe ser considerado. Otros puntos importantes son la diversificación de la cartera de inversiones para reducir el riesgo, las tarifas y gastos asociados con los costos de los productos financieros seleccionados, incluyendo las comisiones de gestión, los costos de transacción y cualquier otro gasto, el cumplimiento regulatorio para garantizar que los productos financieros se adhieran a las regulaciones específicas del país del inversor, la transparencia de los productos financieros, incluida la disponibilidad y calidad de la información proporcionada a los inversores y la estrategia de salida, incluyendo las condiciones bajo las cuales el inversor puede optar por vender o reasignar sus inversiones.

Varios estudios vinculan el ESG y el desempeño en sostenibilidad corporativa (Dmuchowski et al., 2023), la conexión principal radica en cómo las prácticas responsables de las empresas en estas áreas impactan positivamente en su viabilidad y resiliencia a largo plazo. En general, las empresas que priorizan las consideraciones ESG tienden a mostrar una mejor gestión de riesgos, una reducción del impacto ambiental, un mayor compromiso de los empleados y una gobernanza corporativa más fuerte (Friede et al., 2015). Esto, a su vez, mejora su capacidad para adaptarse a las condiciones cambiantes del mercado, atraer inversores socialmente responsables y fomentar la confianza de los grupos de interés. El desempeño en sostenibilidad corporativa, impulsado por un marco ESG sólido, contribuye al crecimiento sostenible y la creación de valor al tiempo que se alinea con los objetivos sociales y ambientales (Aouadi & Marsat, 018).

Los fondos indexados ESG consideran un conjunto específico de indicadores o criterios para seleccionar y evaluar las empresas incluidas en sus carteras (Ikram et al., 2020). La Tabla 1 muestra algunos indicadores comunes que constituyen los fondos indexados ESG.

Tabla 1. Indicadores de fondos indexados ESG

	Indicadores Ambientales		Indicadores Sociales		Indicadores de Gobernanza
E1	Emisiones de carbono e intensidad	S1	Diversidad e inclusión	G1	Estructura e independencia de la junta
E2	Eficiencia energética	S2	Prácticas laborales	G2	Compensación ejecutiva
E3	Gestión del agua	S3	Participación comunitaria	G3	Políticas anticorrupción
E4	Gestión de residuos	S4	Políticas de derechos humanos	G4	Derechos de los accionistas

La lógica difusa ha demostrado ser efectiva en la toma de decisiones financieras, ofreciendo una herramienta valiosa para manejar la incertidumbre y la imprecisión inherentes en los sistemas financieros complejos (Sanchez-Roger et al., 2019). En el contexto de las decisiones de inversión, la lógica difusa permite una evaluación sutil de los datos financieros, lo que posibilita a los inversores considerar información imprecisa o ambigua y tomar decisiones bien informadas.

Al incorporar la lógica difusa en análisis de riesgos, optimización de carteras y modelos de pronóstico de mercado, los profesionales financieros pueden capturar mejor la naturaleza dinámica e incierta de los mercados financieros. Los algoritmos basados en lógica difusa (Zadeh, 1968) pueden ayudar a identificar patrones y tendencias sutiles que la lógica binaria tradicional podría pasar por alto, contribuyendo a una mejor gestión del riesgo y una mayor precisión en las decisiones.

Así, la lógica difusa juega un papel vital en la mejora de la eficiencia y efectividad de los procesos de toma de decisiones financieras al abrazar la vaguedad y la incertidumbre inherentes en los datos financieros y las condiciones del mercado (Alfaro-García et al., 2017).

## MÉTODO

En este trabajo utilizaremos el coeficiente de adecuación (Merigo & Gil-Lafuente, 2008) y la distancia de Hamming (Hamming, 1950) para evaluar la selección de productos financieros ESG. El objetivo es evaluar algunos productos financieros sostenibles y seleccionar la mejor opción basada en un conjunto óptimo de condiciones evaluadas por el tomador de decisiones (Gil-Lafuente & Merigo, 2009).

El coeficiente de adecuación es un índice numérico diseñado para evaluar la disparidad entre dos números reales de manera eficiente. Si asumimos que  $x$  e  $y$  son dos números reales tales que  $x, y \in [0, 1]$ . Aquí, el coeficiente de adecuación de  $x$  e  $y$  se obtiene siguiendo la siguiente ecuación:

$$CA(x, y) = [1 \wedge ((1 - x) + y)], \quad (1)$$

donde  $\wedge$  representa el valor mínimo entre 1 y  $(1 - x) + y$ .

La distancia de Hamming es un operador de distancia que calcula la diferencia entre 2 conjuntos de elementos. Supongamos dos conjuntos  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  y  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ; una distancia de Hamming normalizada se calcula a partir de:

$$DHN = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|, \quad (2)$$



aquí,  $x_i$  y  $y_i$  son los  $i$ -ésimos argumentos de los conjuntos mencionados X e Y.

Es importante destacar que el coeficiente de adecuación tiene similitudes con la distancia de Hamming, pero incluye ciertas distinciones que lo hacen más completo en numerosos problemas de toma de decisiones (Blanco-Mesa et al., 2016). Específicamente, es particularmente valioso en escenarios donde no podemos aceptar que un conjunto Y sea superior al otro X. Esta característica hace que el coeficiente de adecuación sea la elección preferida para abordar situaciones de toma de decisiones donde los juicios de superioridad estricta no son aplicables.

Para la evaluación del producto financiero ideal, el tomador de decisiones puede incluir una valoración con respecto a los indicadores de la Tabla 1. Cada indicador puede ser calificado en una escala endecadaria (Alfaro-García, Gil-Lafuente, et al., 2018; Kaufmann & Gil Aluja, 1990), que consiste en 11 posiciones equidistantes dentro del intervalo [0, 1]. Una calificación de 0 representa un completo desacuerdo con el indicador evaluado, mientras que una calificación de 1 indica un acuerdo completo.

Un conjunto de 10 productos financieros está bajo consideración para comparación y evaluación contra la propuesta ideal del tomador de decisiones. Para evaluar estos productos, buscamos la opinión de 5 expertos académicos especializados en sostenibilidad. Estos expertos fueron encargados de evaluar los atributos sostenibles de los fondos seleccionados, considerando las características de las empresas indexadas y su impacto global. La calificación de cada indicador se realiza utilizando una escala endecadaria, que comprende 11 posiciones equidistantes dentro del rango [0, 1]. Una calificación de 0 significa un completo desacuerdo con el indicador evaluado, mientras que una calificación de 1 denota un acuerdo completo con la evaluación del indicador.

## RESULTADOS

El producto financiero ideal es el resultado de las creencias, intereses y expectativas del tomador de decisiones. La Tabla 2 muestra las valoraciones generales para el producto financiero ideal.

Tabla 2. Producto financiero sostenible ideal de los tomadores de decisiones

Valuación		Valuación		Valuación	
E1	0.7	S1	0.8	G1	0.8
E2	0.5	S2	0.7	G2	0.4
E3	0.9	S3	0.6	G3	0.6
E4	0.4	S4	0.5	G4	0.5

Cada producto es calificado, la valoración representa la evaluación de las opiniones de cada uno de los expertos para cada uno de los indicadores sostenibles. Para simplificar el proceso de toma de decisiones, hemos optado por un promedio simple para abordar los resultados colectivos. La Tabla 3 muestra la matriz de pagos colectiva de las valoraciones de los expertos.

Tabla 3. Matriz de pagos colectiva de las opiniones de los expertos

	E1	E2	E3	E4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4
P1	0.4	0.3	0.6	0.4	0.6	0.7	0.7	0.7	0.4	0.1	0.3	0.7
P2	0.3	0.8	0.9	0.7	0.7	0.4	0.7	0.7	0.6	0.6	0.7	0.7
P3	0.6	0.2	0.9	0.5	0.8	0.7	0.8	0.7	0.4	0.3	0.4	0.6
P4	0.2	0.6	0.9	0.4	0.6	0.8	0.6	0.8	0.4	0.3	0.2	0.6
P5	0.4	0.8	0.8	0.5	0.4	0.8	0.9	0.5	0.3	0.3	0.2	0.7
P6	0.1	0.5	0.6	0.6	0.4	0.8	1	0.7	0.5	0.2	0.5	0.6
P7	0.3	0.3	0.5	0.5	0.8	0.6	0.7	0.8	0.5	0.1	0.3	0.6
P8	0.2	0.2	0.7	0.5	0.6	0.4	0.7	0.7	0.5	0.2	0.2	0.6
P9	0.1	0.5	0.9	0.4	0.7	0.6	0.7	0.4	0.5	0.7	0.7	0.6
P10	0.3	0.4	0.5	0.7	0.4	0.4	1	0.8	0.6	0.4	0.7	0.5

Con esta información podemos construir la matriz de decisión utilizando la Ecuación 1 y la Ecuación 2. La Tabla 4 incluye los resultados para el producto ideal comparado con los 10 productos financieros utilizando el coeficiente de adecuación y la distancia de Hamming.

Table 4. Matriz de decisión

Producto	CA	DNH
P1	0.858	0.200
P2	0.883	0.183
P3	0.867	0.208
P4	0.875	0.233
P5	0.867	0.200
P6	0.842	0.233
P7	0.892	0.192
P8	0.867	0.225
P9	0.900	0.125
P10	0.892	0.192

Basándonos en el coeficiente de adecuación máximo (AC), el producto P9 es seleccionado como la opción preferida. De manera similar, considerando la mínima distancia de Hamming normalizada (NHD), el producto 9 también es elegido como la opción preferida. Estas dos métricas de evaluación apuntan al producto 9 como la selección óptima.

## CONCLUSIONES

Los productos financieros sostenibles se han convertido en herramientas poderosas para abordar desafíos globales como el cambio climático, las desigualdades sociales y las prácticas corporativas éticas. Ellos alinean los objetivos financieros con los principios ambientales, sociales y de gobernanza (ESG), promoviendo la inversión responsable. Ejemplos de productos financieros sostenibles incluyen Bonos Verdes, Fondos Indexados ESG, Fondos Mutuos Socialmente Responsables e Inversiones de Impacto, entre otros.

A pesar de los beneficios de los productos financieros sostenibles, desafíos como la limitada conciencia, percepciones de menores retornos y la falta de métricas ESG estandarizadas pueden disuadir a los inversores. Las técnicas de lógica difusa han demostrado ser efectivas en la toma de decisiones financieras, capturando la incertidumbre y mejorando la gestión de riesgos. En este documento, aplicamos técnicas de lógica difusa, incluyendo el coeficiente de adecuación y la distancia de Hamming, para seleccionar productos financieros sostenibles basados en las preferencias de los tomadores de decisiones. Los resultados indicaron que el producto P9 emergió como la opción preferida, tanto a través del máximo coeficiente de adecuación como de la mínima distancia de Hamming normalizada. Al aprovechar la lógica difusa e incorporar criterios ESG, los productos financieros sostenibles pueden continuar desempeñando un papel fundamental en la reconfiguración del paisaje financiero hacia la sostenibilidad y la inversión responsable. A medida que crecen las preocupaciones sociales y ambientales, adoptar estas herramientas innovadoras se vuelve crucial para fomentar un cambio positivo y construir un futuro más sostenible y equitativo.

## BIBLIOGRAFÍA

- A. Nabila, C. Federica, A. Fayyaz, & A. Junaid. (2022). Financial development and green innovation, the ultimate solutions to an environmentally sustainable society: Evidence from leading economies. *Journal of Cleaner Production*, 369, 133223. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.133223>
- Alfaro-García, V. G. (2020). Toma de decisiones en la incertidumbre: técnicas y herramientas ante escenarios altamente desafiantes. *Inquietud Empresarial*, 19(2), I–III.
- Alfaro-García, V. G., Gil-Lafuente, A. M., & Alfaro-Calderón, G. G. (2017). A fuzzy methodology for innovation management measurement. *Kybernetes*, 46(1), 50–66.
- Alfaro-García, V. G., Gil-Lafuente, A. M., & Alfaro-Calderón, G. G. (2018). Innovation capabilities using fuzzy logic systems. In *Advances in Intelligent Systems and Computing* (Vol. 730). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-75792-6\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-319-75792-6_20)
- Alfaro-García, V. G., Merigo, J. M., Alfaro-Calderón, G. G., Plata-Pérez, L., & Gil-Lafuente, A. M. (2018). A citation analysis overview of fuzzy research. *Lectures on Modelling and Simulation, Best of Ma*, 1–6.

- Aouadi, A., & Marsat, S. (2018). Do ESG controversies matter for firm value? Evidence from international data. *Journal of Business Ethics*, 151(4), 1027–1047. <https://doi.org/10.1007/s10551-016-3213-8>
- Blanco-Mesa, F., Merigo, J. M., & Kacprzyk, J. (2016). Bonferroni means with distance measures and the adequacy coefficient in entrepreneurial group theory. *Knowledge-Based Systems*, 111(1), 217–227.
- Buallay, A. (2019). Is sustainability reporting (ESG) associated with performance? Evidence from the European banking sector. *Management of Environmental Quality: An International Journal*, 30(1), 98–115. <https://doi.org/10.1108/MEQ-12-2017-0149>
- Dmuchowski, P., Dmuchowski, W., Baczewska-Dąbrowska, A. H., & Gworek, B. (2023). Environmental, social, and governance (ESG) model; impacts and sustainable investment – Global trends and Poland’s perspective. *Journal of Environmental Management*, 329, 117023. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2022.117023>
- Folqué, M., Escrig-Olmedo, E., & Corzo Santamaría, T. (2021). Sustainable development and financial system: Integrating ESG risks through sustainable investment strategies in a climate change context. *Sustainable Development*, 29(5), 876–890. <https://doi.org/10.1002/sd.2181>
- Friede, G., Busch, T., & Bassen, A. (2015). ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 5(4), 210–233. <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>
- Gil-Aluja, J. (1999). Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre. Milladoiro.
- Gil-Lafuente, A. M., & Merigo, J. M. (2009). On the Use of the OWA Operator in the Adequacy Coefficient. *Modelling, Measurement and Control D*, 30(1), 1–17.
- Hamming, R. W. (1950). Error-detecting and error-correcting codes. *Bell System Technical Journal*, 29, 147–160.
- Heinemann, K., Zwergel, B., Gold, S., Seuring, S., & Klein, C. (2018). Exploring the supply-demand-discrepancy of sustainable financial products in Germany from a financial advisor’s point of view. *Sustainability*, 10(4), 944. <https://doi.org/10.3390/su10040944>
- Ikram, M., Zhang, Q., Sroufe, R., & Ferasso, M. (2020). The social dimensions of corporate sustainability: An integrative framework including COVID-19 insights. *Sustainability*, 12(20), 8747. <https://doi.org/10.3390/su12208747>
- Kacprzyk, J. (1997). *Multistage fuzzy control: a model-based approach to fuzzy control and decision making* (1st ed.). Wiley.
- Kaufmann, A. J., & Gil Aluja, J. (1990). *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre : elementos básicos para su aplicación en economía*. Centro de Estudios Ramón Areces.
- Koenigsmarck, M., & Geissdoerfer, M. (2021). Mapping socially responsible investing: A bibliometric and citation network analysis. *Journal of Cleaner Production*, 296. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.126376>
- Mejía-Escobar, J. C., González-Ruiz, J. D., & Duque-Grisales, E. (2020). Sustainable financial products in the Latin America banking industry: current status and insights. *Sustainability*, 12(14), 5648. <https://doi.org/10.3390/su12145648>
- Merigo, J. M., & Gil-Lafuente, A. M. (2008). The generalized adequacy coefficient and its application in strategic decision making. *Fuzzy Economic Review*, 13(2), 17–36.
- Monge, R. G., Alfaro-García, V. G., Espitia-Moreno, I. C., García-Orozco, D., & de Vivar Mercadillo, M. R. R. (2022). Environmental Sustainability: A 10-Year Bibliometric Analysis of the Developments in Management, Business, Finance and Economics (pp. 309–337). [https://doi.org/10.1007/978-3-030-96150-3\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-030-96150-3_18)
- Sanchez-Roger, Oliver-Alfonso, & Sanchis-Pedregosa. (2019). Fuzzy logic and its uses in finance: A systematic review exploring its potential to deal with banking crises. *Mathematics*, 7(11). <https://doi.org/10.3390/math7111091>
- Xu, Z. S., & Chen, J. (2008). Ordered weighted distance measure. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 17(4), 432–445. <https://doi.org/10.1007/s11518-008-5084-8>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353.

Zadeh, L. A. (1968). Fuzzy algorithms. *Information and Control*, 12(2), 94–102.  
[https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(68\)90211-8](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(68)90211-8)

# LOCALIZACIÓN DE EMPRESAS EN LA CERTEZA E INCERTIDUMBRE: USANDO LÓGICA DIFUSA COMO ESTRATEGIA COMPETITIVA

Flores Romero B., González Santoyo F.

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México), Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial (INIDEM)

betyf@umich.mx, fegosa@inidem.edu.mx

## RESUMEN

Las plantas productoras de bienes de consumo final, intermedio y de capital en su búsqueda de dar satisfacción plena a las necesidades de la población y a las empresas clasificadas en los diferentes sectores de la economía que le dan solidez a la economía de una nación y la de los empresarios que invierten en ellas, para ello requieren de un abastecimiento de materias primas suficiente y consistente, que les permita a los sistemas que se proporciona este servicio tener continuidad y consistencia en sus operaciones y orientar sus esfuerzos al incremento de la competitividad empresarial. En este trabajo se presenta un estudio para la determinación de la ubicación de bodegas (almacenes), así como la planeación y calendarización de la producción (envíos de materias primas - aguacate a las empresas procesadoras de este para la obtención de guacamole como producto final, para ello se hace uso del algoritmo de Land y Doig (1960) en ambientes de certeza y se presenta una extensión para su aplicación en la incertidumbre usando lógica difusa, aportando resultados satisfactorios para este tipo de análisis.

Palabras clave: Localización, planeación, calendarización, abastecimientos, optimización combinatoria, Fuzzy Logic.

## INTRODUCCIÓN

En las empresas tanto públicas como privadas, productoras de bienes de consumo final, intermedio y de capital y/o servicios, la determinación del sitio (localidad) en que deben ser instaladas (localizadas) es un elemento estratégico para su desarrollo económico de cualquier país, región o localidad. De acuerdo con Flores Romero B. et al. (2020), González Santoyo et al (1985), Flores Garrido L. et al. (2016). La localización de una empresa (planta) es representada por el sitio o (unidad de área geográfica,  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ) en el que desarrollará sus actividades de producción u ofrecimiento de servicios, así como sus transacciones comerciales, de tal forma que se garantice el mayor nivel de rentabilidad financiera y una aceptación social plena, de acuerdo con la ONU (1958), Bojic S. et al. (2018), la localización más adecuada para una empresa está orientada a la selección de una localidad que garantice el mayor nivel de beneficio económico (rentabilidad), desde la perspectiva de inversión privada y de aquella localidad que permita tener el menor nivel de costo de operación si se considera un enfoque social.

Para definición del área geográfica (nivel macro - micro) ( $A_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ), es importante considerar el enfoque como, si su localización está orientada hacia el mercado (ubicación cercana en la que se encuentra el área de mercado), o bien si está orientada a las materias primas e insumos (ubicación cercana a estos), se tratará de insumos y materias primas de fuerte incidencia económica que es la orientación que se estudia en el presente trabajo.

Uno de los elementos relevantes a considerar en este análisis, son las políticas de descentralización marcadas por el Estado y adoptadas por el corporativo “W”, por lo que se tendrán casos en los que se quiera desarrollar alguna área del país, estado, municipio, creando al mismo tiempo, incentivos fiscales o de otro tipo que son benéfico para el inversionista.

Esto es relevante ya que las organizaciones actuales presentan grandes cambios en el entorno. Para Castro García et al. (2010), el mercado es muy competitivo, y la globalización hoy día es una realidad. Esto implica para cualquier empresario operar con las mismas condiciones de competencia en cualquier área geográfica del mundo. Un factor fundamental en el desarrollo empresarial lo representa la localización eficiente y eficaz de las empresas

González Santoyo F. et al. (2011), Jeong J.S., Ramírez G.A. (2018), consideran que deberá incorporarse un plan estratégico de desarrollo multifactorial para atender la localización, así como las condiciones de las posibles áreas de interés dadas por ( $A_i$ ), así como las del entorno.

De acuerdo con Machuca et al. (1994). Generalmente las decisiones de localización de una planta (empresa) se toman una sola vez en la historia de las empresas, sin descartar la posibilidad de la relocalización (reubicación) por no cumplir adecuadamente con las necesidades que requiere la planta para su adecuada operación, lo que implicaría una baja en su rentabilidad operativa.

De acuerdo con Tawfik et al. (1993), entre los problemas más comunes que se tienen cuando no se localiza adecuadamente una empresa son: alejamiento con los mercados de consumo, dificultades de los abastecimientos de materias primas e insumos y servicios, problemas de disponibilidad de mano de obra calificada, incremento en los costos de transporte.

Así mismo Garret (1973) y Dilowrth (1993), establecen que las causas más importantes que se tienen al localizar una empresa son: cambios en los niveles de la demanda, cambios significativos en la distribución de la demanda, altos niveles en los costos de transporte de materiales e insumos, necesidad de cambio de lugar por rechazo de la comunidad o por cuestiones de tipo ambiental, cambio de sitio por problemas de seguridad, agotamiento de sus fuentes de abastecimiento.

En el proceso de solución del problema González Santoyo F. (1985), de localización de empresas se tienen tres componentes a definir, las cuales son: la selección de la región, la determinación de la localidad dentro de la región y la selección del sitio específico en el que se ubicará la empresa. Esto estará asociado a lo que se conoce como Macrolocalización y Microlocalización.

De acuerdo con Medina J.R. et al (2009), la *Macrolocalización*, tiene como objetivo la determinación de la región o territorio en el que se tiene interés la ubicación de la planta, el mismo puede tener un orden internacional, nacional, regional o local por lo que es de fundamental importancia la determinación de los factores básicos localizacionales  $\{FBL_i; i=1,2,\dots,n\}$  de acuerdo con su alcance geográfico, para Kavita D., Shiv Prasad Y (2013) entre los más importantes se pueden considerar:

- *Aspectos socioeconómicos y culturales*: población total; población económicamente activa; sectores de la economía (ramas de actividad); sueldos y salarios; educación; salud pública; estructura de poder vigente.
- *Infraestructura*: vías de comunicación; electrificación; obras de irrigación; redes de agua potable; centros de acopio y almacenamiento; tecnologías de comunicación.
- *Aspectos Institucionales*: régimen de propiedad; instituciones crediticias; programas de desarrollo gubernamental.
- *Análisis de mercados de consumo*: dispersión geográfica de los demandantes.
- *Disponibilidad y costo de*: materias primas; insumos auxiliares; mano de obra: asistencia técnica; energía eléctrica; agua; combustibles.
- *Costos de transporte de*: materias primas e insumos auxiliares; productos y subproductos.
- *Factores geográficos*: fenómenos ecológicos; condiciones topográficas.
- *Factores Institucionales*: políticas de descentralización; políticas de planeación por sector de la economía; incentivos fiscales.

Para González Santoyo F. (1985). La *Microlocalización*, tiene como objetivo realizar el estudio que permita definir la localidad en que se tenga el lugar exacto en el que se deba ubicar la planta (empresa), buscando que este sitio sea el que garantice la más alta rentabilidad financiera o el mayor nivel de beneficio- costo (B/C). El sitio seleccionado será aquel en el que se cumpla de forma más eficiente y eficaz el conjunto de  $\{FBL_i; i=1,2,\dots,n\}$ .

La mayoría de metodologías existentes en la literatura usadas para la localización de empresas incluyen solamente factores de tipo cuantitativo. Los pocos que incluyen factores de tipo cualitativo usan escalas ordinales para su medición las cuales son totalmente arbitrarias. Esto implica que este tipo de metodologías son rígidas y representan muy poca flexibilidad para representar la realidad, por ello es de importancia hacer uso de nuevas metodologías como la Lógica Difusa.

Los modelos matemáticos usados actualmente para tomar decisiones eficientes y eficaces de localización de una empresa son basados en la teoría clásica de conjuntos y de Investigación de Operaciones que, bajo una lógica bivalente, consideran que un elemento solo tiene las opciones de estar o no dentro del mismo. De acuerdo con Klir et al. (1995), S. Melkote, M.Daskin (2001), A.Klose. A.Drexl (2005), se tiene que el paso de los elementos de un conjunto a otro se realiza de forma gradual y no dando pasos sin orden y acelerados. Por ejemplo, a una localidad a la que en un inicio se le consideraba no adecuada para la ubicación de una empresa, si a dicha localidad se le van haciendo mejoras graduales, cambios en la estructura demográfica, cambios en su entorno socioeconómico, entre otros, puede ir transformándose hasta convertirse en la mejor alternativa posible para localizar una empresa, esto desde la perspectiva de la apreciación del ser humano al percibir que está mejorando dicha localidad.

En otro sentido al tomar decisiones en función de cómo piensa el ser humano, pareciera no trabajar de forma directa con números asociados a variables medibles. De la actuación del pensamiento humano surge la teoría de la Lógica Difusa, la cual reconoce y permite expresar, las transiciones graduales entre la membresía y no membresía de los elementos integrados en los conjuntos. Esto es formalizado haciendo uso de la función de membresía, lo que permite tener la medida del grado de compatibilidad existente entre un valor observado y el concepto al cual se asocia, este enfoque permitirá tener una mejor aproximación a la realidad.

En la teoría de localización de empresas Fazel Zarandi M, Beck J.C. (2012), Antony B., et al. (2010), existen una infinidad de métodos, en el presente trabajo se estudiará el proceso de localización de empresas tomando como referencia para ella la Región Meseta Tarasca del Estado de Michoacán México, para ello, en este trabajo se usara como metodología de análisis la propuesta por, Lag y Doig (1960) usado en González Santoyo F. (1995), Brown y Gibson (ByG) (1972). El objetivo es realizar la propuesta de un método de apoyo a la toma de decisiones en el área de localización de empresas en la que se incorpore un conjunto de factores básicos localizacionales expresados por  $\{FBL_i; i=1,2,\dots,n\}$  clásicos, en los cuales para su cualificación se incorpora un panel de 5 expertos los cuales hacen uso del método Delphi para la obtención de la información que se usará en el análisis, estos definen el nivel de importancia de cada factor. En el proceso de la asignación de su nivel de peso (importancia-ponderación) y con ello definir las propuestas preliminares de localización de las cuatro bodegas posibles, establecidas en el análisis de caso. En la investigación de Lang y Doig (1960) se le hace una extensión a lo existente hoy día en la literatura especializada haciéndolo apto para que evalúe la localización de empresas en un ambiente de incertidumbre – difuso, usando Programación Lineal Entera Mixta (PLEM) en el análisis de caso que se presenta en el trabajo. El objetivo de la investigación es el de realizar la determinación de la ubicación de bodegas para almacenamiento de materias primas (aguacate), que les permita abastecer las necesidades de las plantas procesadores de esta materia prima para la obtención como producto final el denominado guacamole, las empresas están ubicadas en la región Meseta Tarasca en el Estado de Michoacán México, se busca una política que le permita al Corporativo “W” operar con el mínimo costo en los envíos de bodega-planta procesadora, y esto a su vez la obtención de un nivel máximo de beneficio desde la perspectiva financiera. El presente trabajo, está integrado de nueve apartados establecidos como: Resumen, 1. Introducción, 2. Estrategia de Optimización, 3. Metodología propuesta para la solución del problema, 4. Estrategia de evaluación en la incertidumbre, 5. Análisis de Caso, 6. Resultados, Conclusiones, Bibliografía.

### ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

La estrategia teórica a usar en el presente trabajo es hacer uso de metodologías de Programación Entera y de Programación Lineal Entera Mixta, para ello la base será el uso del algoritmo de Land y Doig (1960). Los modelos de programación entera (PE) son adecuados para dar soluciones a problemas de asignación de recursos escasos en los que las variables de decisión en la solución no deberán tener valores fraccionarios, estos deberán ser solamente enteros, la representación del modelo matemático general para problemas de PE es expresado como se muestra a continuación.

$$\text{Min. } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

s. a.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j (<, =, >) = b_i ; i = 1, 2, \dots, m$$

$$X_j = 0, 1 \text{ (o bien valores enteros)}$$

Entre los métodos más comunes para resolver el problema de PE, González Santoyo F. (1995), se tienen el de Planos de Corte, Enumeración Implícita, Ramificación y Acotamiento, así como la Teoría de Grupos.

En general los problemas de optimización combinatoria (POC), desde el punto de vista matemático, un problema (P) se puede formular como *Min.*, o *Max.*, de una función objetivo (*f*) sujeta a una serie de restricciones  $g_i, h_j, l_k$ , el mismo es expresado como:

$$\text{Min. } f(X_i)$$

s.a.

$$g_i(X) \geq 0; i = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(X) \geq 0; j = 1, 2, \dots, p$$

$$l_k(X) \geq 0; k = 1, 2, \dots, q$$

Dónde:  $f_i, g_i, h_i, l_k$ , son funciones generales del parámetro  $X \in R^n$ . Una definición alternativa, es escrita para problemas de  $\text{Max. } f(X); \text{Min. } f(X)$ . Sea  $(F)$  el conjunto de soluciones que satisfacen todas las restricciones del problema  $\forall \sigma \in F$  es denominada solución factible. Una solución factible se llama óptima, si el costo de la función objetivo de dicha solución es el menor para el problema de  $\text{Min. } f(X)$ , o bien el mayor para el problema de  $\text{Max. } f(X)$ , de entre todas las soluciones factibles  $\sigma \in F$ .

Los problemas POC = (S,f), se pueden definir como  $\text{Max.}, o, \text{Min}$  de  $f(X)$ , con el espacio de soluciones factibles del problema representado por S, por lo que:

POC: puede caracterizarse como:

$X = X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  (variables del problema);  $D = D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  (dominio de las variables);  $f: D_1 X_1, D_2 X_2, \dots, D_n X_n$  (función objetivo);

$S = \left\{ (X_1 V_1), \dots, (X_n V_{1n}) \right\}$  (espacio de soluciones factibles).

Cada variable  $X_i$  toma un valor  $V_i$  dentro del dominio  $D_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), y cada solución  $s_i \in S$  cumple con las restricciones del problema.

### ÓPTIMO GLOBAL

De acuerdo con Martín Navas B.M. (2018). El objetivo de este tipo de problemas es encontrar una solución  $s^* \in S$ , tal que el valor de la función objetivo sea un óptimo global  $s^*$  para un problema  $P = (X, D, f, S)$  en el espacio de solución S para un problema de  $\text{Min.}, o \text{Max.}$ , es aquel que cumple con:

$$\forall s \in S, f(s^*) \leq (\text{o } \geq) f(s)$$

Por lo que el óptimo global  $s^*$  es una solución, no necesariamente única, tal que cumple con todas las restricciones del problema, y no existe otra solución  $s \in S$ , cuyo valor de la función objetivo sea mejor.

### VECINDARIO Y ÓPTIMO LOCAL

Una estructura de vecindario es una función  $N: S \rightarrow 2^S$ , la cual asigna a toda solución  $s \in S$ , un conjunto de vecinos  $N(s) \in S$ .  $N(s)$  también es conocido como el vecindario de  $s$ . Una solución óptima local es,  $\check{s}$  mínimo o máximo local, de acuerdo a la función objetivo del problema de ( $\text{Máx.}, o, \text{Min}$ ). respecto a un vecindario  $N$ , es un resultado que cumple con:

$$\forall s \in N(\check{s}): f(s) \geq (\text{o } \leq) f(\check{s})$$

De igual forma, ( $\check{s}$ ) es el óptimo local estricto si satisface la siguiente ecuación:



$$\forall s \in N(\xi): f(s) > (\text{ó } <) f(\xi)$$

## METODOLOGÍA PROPUESTA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Para el caso se hace uso del método de ramificación y acotamiento, González Santoyo F. (2005), Pérez Rodríguez R. (2014), este método es un proceso de búsqueda enumerativo, para dar solución óptima a problemas de optimización combinatoria pertenecientes a la clase NP-completos. El método fue desarrollado por Eastman en 1958 para el problema del agente viajero y Land y Doig (1960) lo aplican a problemas de PE.

Para Del Ángel Martínez E. et al. (2019), Ríos Insua S., et al (1997), el método de Ramificación y Acotamiento (RA) es una estrategia para encontrar la solución óptima de problemas de optimización, explorando exhaustivamente todo su espacio de soluciones. Este método estructura el espacio de soluciones como un árbol de búsqueda, su objetivo es explorar todo el árbol para garantizar que se encuentre la solución óptima. En el árbol de búsqueda, cada nodo interior representa una solución parcial del problema.

El proceso de solución de un problema de PE, inicia con la solución óptima del problema inicial, resolviéndolo como un problema de programación lineal (PPL), en donde se ignoran las restricciones de variables enteras y todas son consideradas continuas, después se selecciona una variable con valor no entero y se crean dos ramas mutuamente excluyentes. Esto da lugar a dos nuevos problemas PPL que deberán ser resueltos, si ninguna solución es entera, se crean nuevas ramas y se resuelven los nuevos PPL uno por cada rama. En cada etapa del proceso de solución, se encuentra una solución para cada rama, tal que ninguna otra solución anterior puede ser mejor que la obtenida en cada etapa, el proceso termina cuando se tiene la solución óptima entera. Este proceso es formalizado haciendo uso del algoritmo de Land y Doig (1960), Pulido Martínez, Raúl (2009), es enunciado como:

*Etapa 1. Inicio.* Definir  $Z^*$  como la mejor solución actual del problema entero (PE), asignándole un valor predeterminado o arbitrario que sea pequeño. El nodo inicial, con todas las variables libres, es  $n_0 = (x_1, \dots, x_n)$ . Se resuelve el problema PPL<sub>0</sub>. Si este no es factible, también lo será el PE. De otra manera, establecer  $n_1 = n_0$ .

*Etapa 2. Ramificación.* De la solución óptima  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  en  $(n_j)$  seleccionar una variable  $(X_k)$  cuyo valor no sea aún entero. Fijando a  $(X_k)$  en su valor entero  $\leq \lceil X_k \rceil$  y  $\geq \lfloor X_{k+1} \rfloor$ , con ello definir dos nodos (ramas) que partan de  $(n_j)$ . Resolver cada uno de los subproblemas de estos nodos. Etiquetar como suspendidos a aquellos nodos (de los recién creados) cuya solución óptima exceda el valor de  $Z^*$ . Verificar cada nodo en busca de una solución mejor. Si se encuentra alguno, se registra y todos los nodos suspendidos que no excedan en su solución, son eliminados de la lista.

*Etapa 3. Prueba de Terminación.* Si la lista actual de nodos suspendidos está vacía se ha encontrado la solución óptima al  $(PE \square Z^*)$  o no existe solución. En ambos casos terminar. En otro caso, continuar.

*Etapa 4. Acotación.* Elegir el nodo suspendido  $(n_j)$  cuya solución óptima sea la mayor, en caso de empates, romperlos arbitrariamente. Suponer que el punto  $(n-1)$  define a  $(n_j)$  (nodo seleccionado) mediante la asignación de  $X_k = t$ , esto significa que la solución óptima al PL<sub>j</sub> es  $Z(j-1, k, t)$ . Posteriormente se iguala  $(Z_{j-1})$  (límite superior de cualquier resultado al de PE, a partir de  $n_{j-1}$ ) a la solución óptima del problema en  $(n_j)$ , es decir  $Z(j-1, k, t)$ . Crear un nodo inmediatamente a la izquierda o derecha de  $(n_j)$  de tal forma que si algún otro nodo suspendido creado a partir de  $n_{j-1}$  es seleccionado eventualmente pueda encontrarse un nuevo valor (no mayor) para  $Z_{j-1}$ . Eliminar  $n_j$  de la lista de nodos suspendidos y regresar a la etapa 2.

Para el análisis en el presente trabajo, se hará uso de un caso formulado hipotéticamente, considerando que la metodología empleada es de uso general en todas aquellas situaciones en que se tengan datos reales en el campo de estudio de localización de empresas, planeación y calendarización de producción, de envíos de productos de bodegas de materias primas a centros de producción. En el mismo se han usado valores hipotéticos en los diferentes conceptos incorporados en el análisis de caso, sin que esto altere la metodología propuesta para su solución en casos con valores reales.

## ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN EN LA INCERTIDUMBRE

Para Kaufmann, A., Gil, Aluja J. (1986, 1987), el azar, aleatoriedad, estocástico y la suerte, son palabras ligadas de forma más o menos explícita en la teoría de probabilidades, el azar es la incertidumbre medible con la ayuda del concepto de probabilidad. En el presente trabajo, se hace uso de cálculo de la media de la media de un número

borroso triangular para cada uno de los coeficientes involucrados en el análisis de caso, para ello se consideran ( $n$ ) observadores (expertos), donde  $n$  es finito para un mismo objeto, cada uno de ellos proporciona una estimación a través de un número borroso ( $\tilde{A}_i; i = 1, 2, \dots, n$ ) a cada uno de los conceptos involucrados en el análisis, lo que constituye su sensación frente al objeto de análisis. El conjunto de los  $\tilde{A}_i$  tomados de una misma referencia constituye un *haz de números borrosos*. Al que se le calcula la media de medias para representarlo como un número nítido como se indica.  $NBT = [a, b, c]$ ; asignado a cada elemento en el análisis, el cálculo de la media de medias obtenida del conjunto de la apreciación del panel de expertos que participan en el análisis es:

$$M = \left[ \frac{\bar{a}_i}{n} + \frac{\bar{b}_i}{n} + \frac{\bar{c}_i}{n} \right] = \left[ \tilde{x}_a + \tilde{x}_b + \tilde{x}_c \right]; i = 1, 2, \dots, n$$

Dónde: (M) es la media de medias de las medias del límite inferior, central y superior de un número borroso triangular (NBT).

Para el análisis se admite que la objetividad de un número de 5 de observadores (expertos), por ello es interesante la búsqueda de un número borroso que pueda representar, de la mejor forma posible el *haz de números borrosos*. De esta forma se pasará de una conceptualización subjetiva a una objetiva. Para el caso de análisis se puede aceptar el cálculo de la media de medias de un número borroso como representativo para el análisis Kaufmann, A., Gil, Aluja J. (1986, 1987), González, Santoyo F. et al. (2017), para el caso se considerará el mismo peso de cada observador (experto), Francisco, Alonso Fernández (2019), Peregrin, Rubio Antonio (2000). Otra forma aceptada a considerar es el de defusificación de números borrosos para obtención de los coeficientes a usar en el cálculo del análisis en cuestión, lo que representa la misma orientación y criterio de cálculo que el usado en el trabajo, este tipo de orientaciones será la base para encontrar las mejores condiciones de localización de las bodegas de interés en el presente trabajo, que orienten sus esfuerzos a obtener y seleccionar de mejor forma las condiciones de operación con altos niveles de eficiencia operativa, bajo costo de operación y mejores niveles de generación de riqueza, Gabriel, Villa, et al. (2021).

Para el análisis considerando la opinión del panel de expertos involucrado en el análisis para tal fin, los costos de envío, estimación de la demanda y los costos de la renta difusos son mostrados en las tablas #1 y 3, como se muestra a continuación:

## ANÁLISIS DE CASO

Para el análisis se tomará el caso hipotético de un corporativo denominado “W”, dicha organización tiene inversiones en el Estado de Michoacán México. La actividad económica la tiene con cuatro empresas dedicadas a la producción de derivados del aguacate (guacamole -G) identificadas por  $E_j; j = 1, 2, 3, 4$ , las mismas se encuentran ubicadas en la Región Meseta Tarasca. Para el caso se busca ubicar uno o más bodegas para almacenar la materia prima, y desde estas poder satisfacer la demanda mensual de las procesadoras de derivados de aguacate.

El citado corporativo tiene interés en 4 sitios para realizar la localización de las bodegas en análisis identificadas por  $B_i; i = 1, 2, 3, 4$ , las mismas tienen capacidades de almacenamiento suficiente para las necesidades de “W” y presentan las mismas características técnicas y tecnológicas. Para ello se tiene preferencia por las poblaciones de Uruapan (U) –  $B_1$ , Los Reyes (A)–  $B_2$ , Morelia (M)–  $B_3$ , y San Juan Nuevo Parangaricutiro (SJM)–  $B_4$ . El panel de expertos ha considera que en dichas localidades se tiene cumplimiento de la mayor parte de los factores básicos localizacionales  $\{FBL_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ , así como la aceptación de la población de cada localidad que es fundamental para conservar la estabilidad y bienestar social al instalar dicha empresa en cualquiera de ellas, los costos son expresados por  $C_{ij}$  están dados en unidades monetarias (\$) en por unidad (P.U.) para el caso de envío por ( $t$ ) de materia prima (aguacate) de las ubicaciones  $B_i$  a las empresas de producción de  $G$  expresadas por  $E_j$ , se pretende las  $B_i$  sean rentadas, la renta mensual de cada  $B_i$  (ubicación), son expresadas en unidades monetarias (\$) en por unidad (P.U.), la demanda de las empresas procesadoras de guacamole en ( $t$ ), son expresadas en la tabla # 1.

Tabla # 1. Información base para el análisis en la certeza.

$C_{ij}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	RENTA
$B_1$	30	20	10	21	520
$B_2$	25	12	8	19	480
$B_3$	20	15	9	14	550
$B_4$	18	17	7	10	500
DEMANDA	250	255	248	300	

Fuente: elaboración propia.

El corporativo “W” hoy día presenta limitaciones financieras, por lo que a lo más tendrá capacidad financiera para ocupar 3 bodegas de las 4 posibles y, por razones de logística, considera se deben de utilizar la  $B_1$  siempre que sea utilizada la  $B_4$ .

Para el modelado del problema en análisis que proporcione la ubicación de las  $B_i$  y las cantidades de aguacate a enviar desde cada  $B_i$ ;  $i = 1, 2, 3, 4$  a  $E_j$ ;  $j = 1, 2, 3, 4$ , para satisfacer las demandas requeridas a costo mínimo, se tiene:

- Para la condición de la selección de  $B_i$ , se incorporarán las variables (0-1), expresadas como:

$$y_i = \{1; \text{si se utiliza } B_i, i = 1, 2, 3, 4. 0; \quad \text{otro caso.}$$

Y las variables continuas son expresadas como  $X_{ij} = (t)$  de materia prima enviada desde  $B_i$  hasta  $E_j$ ; sean  $D_j$  la demanda de  $E_j$  y  $C_i$  el costo (renta) de uso de  $B_i$ .

Se deberá considerar que solo es posible enviar aguacate (materia prima) desde aquellas  $B_i$  permitidas. Por lo que  $y_i = 0$ , si  $y_i = 1$  lo máximo que puede enviar desde la bodega  $B_i$  es el equivalente al nivel de demanda de todas las  $E_j$ ;  $j = 1, 2, 3, 4$ , expresada para el caso como:

$$\sum_{j=1}^4 D_j = 1053$$

Por lo que cualquier programa de envío debe satisfacer:

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq \sum_{j=1}^4 D_j; \text{ para todo } (i), \text{ tal que } y_i = 1$$

Por lo que las condiciones anteriores pueden ser expresadas como se muestra:

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq y_i \sum_{j=1}^4 D_j; \text{ para } i = 1, 2, 3, 4.$$

Para la satisfacción del nivel de demanda de cada  $E_j$  la restricción es expresada como:

$$\sum_{i=1}^4 X_{ij} \geq D_j; j = 1, 2, 3, 4.$$

Es relevante es que a lo más solo se seleccionarán tres  $B_i$  y que se utilizará  $B_1$  siempre que se utilice  $B_4$ , por lo que será necesario incorporar las restricciones siguientes:

$$\sum_{i=1}^4 y_i \leq 3; \quad y; \quad y_1 + y_4 \leq 0$$

De lo anterior la función objetivo se expresa como:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 C_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^4 C_i y_i$$

Dónde:

$C_{ij}$  = costo de envío de  $i$  a  $j$ .

$C_i$  = costo de ubicación (utilización) de las  $B_i$ .

Con base en lo anteriormente planteado el modelo matemático para el caso es de PLEM, el mismo queda estructurado como se muestra a continuación:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 C_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^4 C_i y_i$$

St

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq \sum_{j=1}^4 D_j; \text{ para todo } (i), \text{ tal que } y_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq y_i \sum_{j=1}^4 D_j; \text{ para } i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i \leq 3$$

$$y_1 + y_4 \leq 0$$

$$X_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

$$Y_i = 0, 1; \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Expresado con la información del problema el mismo queda como:

$$\text{Min. } Z = 30 X_{11} + 20 X_{12} + 10 X_{13} + 21 X_{14} + 25 X_{21} + 12 X_{22} + 8 X_{23} + 19 X_{24} + 20 X_{31} + 15 X_{32} + 9 X_{33} + 14 X_{34} + 18 X_{41} + 17 X_{42} + 7 X_{43} + 10 X_{44} + 520 y_1 + 480 y_2 + 550 y_3 + 500 y_4.$$

s.a.

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} \geq 250$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} \geq 255$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \geq 248$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} \geq 300$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} - 1053 y_1 \leq 0$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} - 1053 y_2 \leq 0$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} - 1053 y_3 \leq 0$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} - 1053 y_4 \leq 0$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 3$$

$$-y_1 + y_4 \leq 0$$

$$X_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, 4; \quad j = 1, 2, \dots, 4.$$

$$Y_i = 0, 1; \quad i = 1, 2, \dots, 4.$$

## RESULTADOS

Haciendo uso de la propuesta metodológica propuesta en el trabajo, la solución del modelo para análisis clásico usando números nítidos es la mostrada en la tabla # 2.

Tabla # 2. Solución al problema en la certeza.

(B <sub>i</sub> ) A LOCALIZAR	ENVIOS DE AGUACATE (t)
Y <sub>1</sub> = 1	X <sub>22</sub> = 255
Y <sub>2</sub> = 1	X <sub>41</sub> = 250
Y <sub>4</sub> = 1	X <sub>43</sub> = 248
<b>Z = 13 796</b>	X <sub>44</sub> = 300

Fuente: elaboración propia.

Lo que indica que las B<sub>i</sub> que se deben rentar son las ubicadas en las poblaciones de Uruapan (U) – B<sub>1</sub>, Los Reyes (A)- B<sub>2</sub>, y San Juan Nuevo Parangaricutiro (SJN)- B<sub>4</sub>, la política de envíos de aguacate a las plantas procesadoras es enviar las cantidades (t) de 255 de Los Reyes a E<sub>2</sub>; 250 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a E<sub>1</sub>; 248 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a E<sub>3</sub> y 300 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a E<sub>4</sub>. De los mismos se tiene que si bien es de interés para el corporativo “W” la bodega ubicada en la población de Uruapan no es necesario rentarla de momento debido a que las bodegas de las poblaciones de los Reyes y San Juan Nuevo Parangaricutiro son suficientes para satisfacer las demandas de las plantas procesadoras que se tienen en este momento, de no rentar la bodega ubicada en Uruapan el corporativo tendrá ahorros en su operación mensual de \$ 520 unidades monetarias en (p.u.) para el período de análisis.

### ANÁLISIS EN LA INCERTIDUMBRE

El modelo a resolver en este apartado es expresado como se muestra:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \tilde{C}_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^4 \tilde{C}_i y_i$$

St

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq \sum_{j=1}^4 \tilde{D}_j; \text{ para todo } (i), \text{ tal que } y_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^4 X_{ij} \leq y_i \sum_{j=1}^4 \tilde{D}_j; \text{ para } i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i \leq 3$$

$$y_1 + y_4 \leq 0$$

$$X_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

$$Y_i = 0, 1; \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Para la obtención de la información se integró un panel de 5 expertos del Corporativo “W” los que proporcionaron los datos mostrados en la tabla # 3, expresados como un número difuso triangular (NDT) para el caso el comportamiento esperado de los costos de envío, el nivel de demanda y renta de las bodegas propuestas.

Tabla # 3. Información de Costos, rentas y demandas (NDT).

C <sub>ij</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	( $\tilde{c}_i$ )
B <sub>1</sub>	(20,30,35)	(15,20,30)	(7,10,18)	(18,21,28)	(480,520,600)
B <sub>2</sub>	(20,25,35)	(8,12,18)	(6,8,10)	(16,19,24)	(380,480,550)
B <sub>3</sub>	(18,20,25)	(12,15,23)	(7,9,13)	(11,14,16)	(400,550,600)
B <sub>4</sub>	(10,18,23)	(12,17,21)	(5,7,12)	(7,10,15)	(420,500,600)
$\tilde{D}_j$	(245,250,350)	(200,255,400)	(200,248,350)	(250,300,400)	

Fuente: elaboración propia.

Haciendo uso del criterio de cálculo de la media de medias del conjunto de valores del NDT, se tiene la información expresada en la tabla # 4 como se muestra.

Tabla #.4. Representación de la media de medias.

$C_{ij}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$(\tilde{c}_i)$
$B_1$	28	22	12	23	533
$B_2$	27	13	8	20	470
$B_3$	21	17	10	14	517
$B_4$	17	17	8	11	507
$\tilde{D}_j$	282	285	266	317	

Fuente: elaboración propia

Para este caso la solución del problema se expresa en la tabla # 5.

Tabla # 5. Resultados de análisis en la incertidumbre.

<b><math>B_i</math> A LOCALIZAR</b>	<b>ENVIOS DE AGUACATE (t)</b>
$Y_1 = 1$	$X_{22} = 285$
$Y_2 = 1$	$X_{41} = 282$
$Y_4 = 1$	$X_{43} = 266$
<b><math>Z = 150624</math> (\$)</b>	$X_{44} = 317$

Fuente: elaboración propia.

Lo que muestra que las  $B_i$  que se deben rentar son las ubicadas en las poblaciones de Uruapan (U) –  $B_1$ , Los Reyes (A)-  $B_2$ , y San Juan Nuevo Parangaricutiro (SJM)-  $B_4$ , la política de envíos de aguacate a las plantas procesadoras es enviar las cantidades (t) de 285 de Los Reyes a  $E_2$ ; 282 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a  $E_1$ ; 266 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a  $E_3$  y 300 de San Juan Nuevo Parangaricutiro a  $E_4$ . De los mismos se tiene que si bien es de interés para el corporativo “W” la bodega ubicada en la población de Uruapan, no es necesario rentarla de momento debido a que las bodegas de las poblaciones de los Reyes y San Juan Nuevo Parangaricutiro son suficientes para satisfacer las demandas de las plantas procesadoras que se tienen en este momento, de no rentar la bodega ubicada en Uruapan el corporativo tendrá ahorros en su operación mensual de \$ 533 unidades monetarias en (p.u.) para el período de análisis.

## CONCLUSIONES

Del análisis realizado, para la determinación de la localización de una empresa haciendo uso de la metodología de Lag y Doig (1960) con información determinística (bien comportada) y en la incertidumbre (Lógica Difusa), así como que la incorporación de la cualificación de un panel de 5 expertos en el análisis de los factores básicos como lo son los costos de envío de las diferentes propuestas de envío de aguacate a las plantas procesadoras de guacamole, así como la estimación de la demanda de dichas plantas que depende de la capacidad instalada de la planta, por lo que las estimaciones están dadas como el valor mínimo, más posible y el uso del 100% de la capacidad instalada, de igual forma la estimación de la variación en la valoración de la renta de las bodegas de interés involucradas en el estudio cumplen plenamente para recomendar las poblaciones de Uruapan, Los Reyes, Morelia y San Juan Nuevo Parangaricutiro en el Estado de Michoacán México como las localidades óptimas que garantiza el mínimo costo operativo de envío de aguacate a las plantas procesadoras que producen guacamole y el mayor nivel de beneficio al corporativo “W”, este criterio está orientado prestando una mayor importancia a la disponibilidad, costo, cercanía y suficiencia de las materias primas e insumos en el horizonte de planeación de la empresa de interés, así mismo se concluye que el uso de la Lógica Difusa es una herramienta que garantiza una toma de decisiones alternativa a las usadas en la teoría clásica escrita en una lógica bivalente, en la cual el espacio de soluciones es expresado con un valor puntual en la recta de los números reales, mientras que la evaluación en la incertidumbre haciendo uso de la Lógica Difusa, la respuesta siempre será un intervalo en el que aparecerán infinitas soluciones dependiendo de las particiones que se realicen en el intervalo de solución representado por un número difuso para el caso es un triangular por lo que en el intervalo solución solamente se presentan 3 valores expresando el límite inferior, el valor más posible y el límite superior en el que se da la solución del problema, esto en virtud de que se trabaja con una

base de conocimiento escrita en una lógica multivalente, a diferencia del caso clásico, por ello este tipo de análisis resulta más eficiente y eficaz y para el caso lleva a la misma toma de decisiones que la teoría clásica.

Esto implica que al tener las bodegas seleccionadas una localización óptima la hará más eficiente, eficaz y competitiva en el mercado local, regional, nacional e internacional en el área económica que tiene relación.

De lo anterior se proponen como futuras líneas de investigación en este campo, hacer extensiones usando lógica difusa a los métodos existentes en la literatura de optimización en el campo de la Investigación de Operaciones que no han sido considerados en este estudio.

## **BIBLIOGRAFÍA**

A.Klose. A. Drexl. (2005). *Facility location models for distribution system design*. European Journal of Operational Research. Vol.162.Issue 1.

Antony B., Goyal V., Gupta A., Nagarajan V., (2010). *A Plant Location Guide for the Unsure: Aproximation Algorithms for Min-Max Location Problems*. Mathematics of Operations Research. Vol.35, No.1.

Bojic S. et al. (2018). *Location problem of lignocellulosic bioethanol plant. Case study Serbia*. Journal of Cleaner Production. Vol.172.

Brown, P.A, Gibson D.F. (1972). *A quantified model for facility site selection, Application to a multiplant location problema*. AIIE Transactions.

Castro García F, González Santoyo F, Pacheco D.C. (2010). *Lógica difusa aplicada como una herramienta adicional a los medios convencionales de localización. Caso localización de un negocio de servicios*. XVI SIGEF Congress. Morelia. Méxco.

Del Ángel Martínez R. et al. (2019). *Un nuevo algoritmo de Ramificación y Acotamiento para el problema de bisección de vértices*. Research in Computing Science.

Dilworth, J.B. (1993). *Production and operations Management*. Mc. Graw Hill. US.

Eastman, W. (1958). *A solution to the traveling-salesman problem*. Presentation at the American Summer Meeting of the Econometric Society. Cambridge, M.A.

Fazel Zarandi M., Beck J.C. (2012). *Using logic –based Benders Descomposition to solve the Capacity – and Distance-Constrained Plant Location Problem*. INFORMS Journal on Computing. Vol.24, No.3.

Flores Romero B., Guerrero Dávalos C., González Santoyo F. (2020). *Localización de empresas usando Lógica Difusa: Estrategia para su posicionamiento*. Contaduría y Administración-UNAM. Vol. 65, Num. 2. México.

Flores Garrido L., Oliva San Martín C. (2016). *Algorithms for the problem of location of plants and distribution centers maximizing beneficit*. Ingeniare. Rev. Chil.ing. vol.24. no.3. Chile.

Francisco Alonso Fernández (2019). *Relación entre los métodos de inferencia difusa y la programación lógica multiadjunta*. Universidad de Cádiz. España.

Garret y Silver (1973). *Production Management Analysis*. Harcourt Brace Jovanovich International Edition.

Gabriel, Villa, Sebastián, Lozano, Sandra, Redondo (2021). *Data Envoolment Analysis Approach to Energy-Saving Projects Selection in an Energy Service Company*. Mathematics.

Gil Aluja, J., González Santoyo F., Flores Romero B. (2005). *Techniques and Methodologies for Modelling and Simulation of Systems*. AMSE, UMSNH, FeGoSa-Ingeniería Administrativa. México.

González Santoyo, F. (1985). *Los proyectos en la industrialización forestal*. Editorial Universitaria de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia México.

- González Santoyo F. (1995). Planeación de la producción jerárquica empleando técnicas de descomposición. Tesis Doctoral (Dr. Ing. – Investigación de Operaciones). Fac. de Ingeniería UNAM. México.
- González Santoyo F, Flores Romero B., Gil Aluja A.M. (2010). *Modelos y Teorías para la Evaluación de Inversiones Empresariales*. Fegosa-Ingeniería Administrativa S.A. de C.V., IAIDRES, UMSNH. México.
- González Santoyo F, Flores Romero B., Gil Aluja A.M. (2011). *Procesos para la Toma de Decisiones en un entorno Globalizado*. Editorial Universitaria Ramón Areces. España.
- González, Santoyo F., Flores, B., & Gil La Fuente, A. M. (2017). Fuzzy Logic In The Design Of Public Policies: Application Of Law. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 51(2), 1-13.
- Jeong J.S., Ramírez G.A. (2018). *Optimizing the location of biomass plant with a fuzzy-decision-making trial and evaluation laboratory (F-DEMATEL) and multi-criteria spatial decision assessment and long-term sustainability*. *Journal of Cleaner Production*. Vol.182.
- Kavita D., Shiv Prasad Y (2013). *A multicriteria intuitionistic fuzzy group decision making for plant location selection with ELECTRE method*. *Int. J. Adv. Manuf. Technol –Springer Verlag*. Vol.66. London.
- Kaufmann A., Gil Aluja J, Terceño Gómez A. (1994). *Matemática para la Economía y la Gestión de Empresas*. Vol I. Aritmética de la Incertidumbre. Ediciones Foro Científico. Barcelona.
- Kaufmann, A., Gil, Aluja J. (1986). *Introducción a la Teoría de los Subconjuntos Borrosos en la Gestión de las Empresas*. Ed. Milladoiro. España.
- Kaufmann, A., Gil, Aluja J. (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Hispano Europea. España.
- Klir, G.J., Bo Yuan (1995). *Fuzzy sets and Fuzzy Logic (Theory and Applications)*. Upper Saddle River, Nueva Jersey. Prentice Hall Inc.
- Land, A., Doig, A. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometría*.
- Martin Navas B. M. (2018). Un enfoque matheurístico para la solución del problema de los caminos disjuntos. Universidad Rey Juan Carlos. Tesis Doctoral. España.
- Machuca, J.A.D., et al. (1994). *Aspectos estratégicos en la producción y los servicios*. Mc Graw Hill. Méx.
- Medina J.R., Romero R.L. Pérez G.A. (2009). *Critical review and adequation criteria used in this decision*. *Rev. Mex. Ing. Quin*. Vol.18, no.3. México.
- ONU, (1958). *Manual de proyectos de desarrollo económico*. ONU México D.F.
- Pérez Rodríguez R. (2014). Programación de operaciones en configuraciones Jobshop flexibles utilizando un algoritmo de estimaciones de distribuciones. CIATEC – Tesis Doctoral. México.
- Peregrin Rubio Antonio (2000). Integración de operadores de implicación y métodos de defuzzificación en sistemas basados en reglas difusas. Implementación, análisis y caracterización. Universidad de Granada – Tesis Doctoral. España.
- Pulido Martínez, Raúl (2009). Modelo para determinar la inversión mínima en infraestructura para la generación de electricidad durante el período (2009-2017). Facultad de Ingeniería UNAM. Tesis Doctoral (Ing. de Sistemas-Investigación de Operaciones). México.
- Ríos Insua S., Ríos Insua D., Mateos A., Martín J. (1997). *Programación Lineal y Aplicaciones*. Ra-Ma. España.
- S. Melkote, M. Daskin (2001). *Capacitated facility/network design problems*. *European Journal of Operational Research*. Vol.129.Issue 3.



Tawfik, L., Chauvenel, A.M. (1993). *Administración de la Producción*. Mc Graw Hill. México.

Vecihi, Yigit, Nazli Nisa, Demir, Hisham, Alidrisi Mehmet Emin Aydin. (2021). Elicitation of the Factors Affecting Electricity Distribution Efficiency Using the Fuzzy AHP Method. *Mathematics*.

Zadeh L.A. (1965). *Fuzzy Sets*. *Information and Control*. 8(3). 338-353.

Zajim Aljicevic, Aleksandra Kestic, Nedis Dautbasic, Gunary Karly (2016). *Model of Fuzzy Logic for Selection Infrastructural Investment Project of Wind farm Locations*. 27 Th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation. Vienna Austria.

## PROPUESTA DE UN NUEVO ALGORITMO CON BASES ALGEBRAICAS PARA GRADIENTES CONJUGADOS EN MATRICES SPARSE: UNA APLICACIÓN A LA ECONOMÍA

Eduardo González Pérez, Jorge Isidro Aranda Sánchez, Joaquin Estevez Delgado  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
eduardo.perez@umich.mx, jarandas@umich.mx, joaquin.estevez@umich.mx

### RESUMEN

La necesidad de obtener soluciones óptimas en sistemas lineales en varias áreas del conocimiento (macroeconomía, medicina, sísmica, etc) de dimensiones cada vez mayores, es un imperativo que demanda la implementación de métodos numéricos lo suficientemente precisos y con un tiempo invertido lo suficientemente corto. Este artículo se inscribe en este contexto, haciendo hincapié en el aspecto algebraico que garantice la obtención de soluciones congruentes con la información vertida, y descansando en las capacidades casi ilimitadas de la computación intensiva.

Keywords: Sistemas lineales, Macroeconomía, Gradientes conjugados, Matrices sparse

### INTRODUCCIÓN

La resolución de sistemas de ecuaciones lineales, comúnmente gigantes, usadas en medicina, sismología, macroeconomía, etc., con la debida precisión y en el menor tiempo posible (dado el desproporcionado número de cálculos numéricos y lógicos) es un desafío para el cual, pese los avances en el desarrollo de técnicas que persiguen esos objetivos, existen muchos huecos en su diseño.

En muchos problemas de ingeniería, hay situaciones en las que se plantean varias expresiones de combinaciones lineales de variables, los denominados sistemas de ecuaciones lineales. Por ejemplo, en ingeniería civil, las ondas a menudo se proyectan a lo largo de las estructuras para descubrir fracturas o discontinuidades en la estructura. En geología, con ondas emitidas y luego interpretadas, es posible explorar la distribución de las interfaces geológicas del subsuelo y luego mapearlo. En macroeconomía las variables de oferta agregada, de demanda agregada, de inversión, de tipo de interés, de producción, etc. pueden conformar extensas combinaciones lineales de términos que todos juntos conforman dichos sistemas lineales, de proporciones a veces enormes. Todos estos escenarios conducen pues a sistemas de ecuaciones lineales. Estos sistemas están representados algebraicamente por:

$$Ax = b \quad (1)$$

donde  $x$  y  $b$  son vectores  $n \times 1$  y  $m \times 1$  respectivamente, y  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  una matriz que puede ser pequeña, grande, o sparse, es decir, una matriz con miles o millones de componentes, donde una gran proporción de estos son cero.

El sistema lineal (1) se puede resolver haciendo un uso computacional intensivo. Es ahí donde se presenta la previsible competencia entre los métodos que procuran encontrar la solución. Al resolver pequeños sistemas lineales, técnicas simples como la eliminación gaussiana se puede utilizar, pero cuando se abordan sistemas cada vez más grandes, entonces el tiempo de cómputo se vuelve cada vez más amplio y se prefieren mejor los sistemas iterativos. También para matrices sparse (matrices con muchos ceros) se prefieren los llamados métodos iterativos porque son más económicos en los requisitos de almacenamiento [7] y trabajo computacional [8]. Nuevos métodos propuestos y métodos antiguos se modifican con frecuencia. para mejorar la rapidez de convergencia y resolver una gama más amplia de problemas [9], No obstante, los métodos iterativos no siempre se consideraron tan prometedores, los inconvenientes fueron su pronunciada lentitud y que rara vez convergen [10]. Además, cuando las matrices sparse se hacen cada vez más grandes, (y dado que tienen muchos componentes 0), surgen nuevas dificultades para su resolución, algunas de esas dificultades intentaremos superar en este artículo..

## TÉCNICAS CONTRASTADAS

Las técnicas que en este artículo se contrastaron son técnicas iterativas: Técnica de reconstrucción algebraica (ART) y Gradientes conjugados (GC).

### Técnica de reconstrucción algebraica (ART)

La denominada técnica de reconstrucción algebraica (ART), es una técnica iterativa que recurre a la siguiente expresión:

$$(2) \quad x_{k+1} = x_k + \omega \frac{a_i (a_i^T x - b_i)}{|a_i|^2 + \alpha}$$

donde  $\alpha$  y  $\omega$  son parámetros de ajuste.  $a_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) son las filas de  $A$  y  $b_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) son los componentes de  $b$  en (1). Es una técnica popular y robusta que funciona de manera estable, pero tiende a converger más lentamente en comparación con otras técnicas [10].

### Gradientes conjugados

Los gradientes conjugados (GC) es la segunda técnica que contrastaremos. Una de las principales razones que hacen que método de gradientes conjugados sea atractivo, es que su código tiene mecanismos repetitivos de multiplicar matrices, tantas veces como sea necesario, sin la necesidad de ajustarse al sistema original explícitamente. [6] Su poder radica en el hecho de que para la  $k$ -ésima iteración: [2]

$$x^{(k)} - x = P_k(A) (x^{(0)} - x)$$

donde  $x^{(0)}$  es el valor inicial de  $x$ ,  $P_k(A)$ , ( $P_k(0) = 1$ ) es un polinomio de orden  $k$  como máximo, y  $A$  es la matriz semidefinida positiva del sistema lineal. Esto revela que la distancia entre  $x^{(k)}$  y la solución teórica  $x$  puede ser lo suficientemente acotada según una sabia elección del polinomio  $P$ . El análisis de polinomios de las matrices simétricas semidefinidas positivas se pueden a veces simplificar si se estudian los mismos polinomios pero usando los valores propios de dichas matrices. Es posible demostrar que  $P_k(A) = \max P_k(\lambda_i)$ , donde  $\lambda_i$  son los valores propios de  $A$  [6]. Explicado de otra manera: cuando los valores propios de  $A$  se encuentran en el intervalo  $[a, b]$ , se buscan entonces polinomios tales que su valor máximo en ese intervalo sea el mínimo posible. Polinomios como los de Chebyshev [5] se han estudiado para alcanzar estos objetivos. Por otro lado, los gradientes conjugados implícitamente generan un método que busca encontrar este tipo de polinomio.

Métodos como ART a pesar de manifestar baja rapidez global de convergencia, a menudo exhiben una rápida convergencia inicial, la cual es deseable en aplicaciones donde una solución de baja precisión es aceptable [11]. Por otro lado, los GC representan uno de los más importantes métodos iterativos para resolver lineales sistemas algebraicos [6]. Más allá de las supuestas fortalezas o defectos de cada método, consideramos que los aspectos centrales para evaluar la eficacia de los métodos a comparar son:

- La velocidad de convergencia, es decir, la distancia entre la solución teórica exacta y la solución aproximada que se obtiene después de un cierto número de iteraciones.
- El tiempo necesario para alcanzar el número de iteraciones ejecutado en a)
- La robustez del método para no verse afectado por aspectos tales como los "sistemas mal condicionados".

Tras el objetivo de contrastar ambas técnicas, no puede dejarse de lado el carácter algebraico de las soluciones del sistema (1). Dicho sistema tiene soluciones de diferentes tipos, dependiendo de la relación entre  $m$  y  $n$ .

Por ejemplo, si  $m > n$  entonces el sistema no tiene una solución. En este caso  $A^T A$  será una matriz singular (ver teorema 1), y por lo tanto las técnicas que calculan el inverso de  $A$  será inviable para su uso. En esas circunstancias, las técnicas iterativas funcionarán, pero sus gráficos serán tales que la norma del error no excederá una cota inferior aunque el número de iteraciones se extienda de forma ilimitada (ver Figura 4).

Si  $m < n$  entonces el sistema tiene infinidad de soluciones, en cuyo caso los gráficos que muestran la evolución de las iteraciones será tal que alcanzarán rápidamente la convergencia en un número extremadamente bajo de iteraciones (ver Figura 1). En tales condiciones las técnicas referidas funcionarán con fluidez, pero, dada la infinidad de soluciones teóricas del sistema, no hay garantía de que las técnicas converjan a una misma solución. Se puede especular que las condiciones de cuando converjan a una misma solución depende de cuestiones como la concavidad de las funciones implicadas (polinomios implícitos en GC), solución inicial  $x_0$ , etc.

Quizás pueda suponerse que la relación entre  $m$  y  $n$  no sea un asunto relevante toda vez que estaremos resolviendo no el sistema (1) sino el sistema (3), donde la matriz de este sistema ya es cuadrada. Esta suposición no es totalmente cierta ya que la matriz  $A'$  del sistema (3) "hereda" toda la información de la matriz  $A$  del sistema (1). De tal manera que si  $m > n$  en (1), entonces la matriz  $A'$  del sistema (3) será singular (ver teorema 1), es decir, algunos de sus valores propios serán 0. Cuando  $m = n$  en el sistema (1), entonces hay una solución única, y en este caso, todas las técnicas trabajan sin esperar de ellas comportamientos inusuales o atípicos en la evolución de la convergencia. Por tal razón, es sugerible que al montar un experimento desde sus primeras etapas, se procuren obtener datos de forma tal que los mismos se ciñan al caso  $m = n$ , esto con el fin de evitar la desventajas que surgen en los casos  $m > n$  y  $m < n$  ya referidos.

Resolveremos el sistema (1) utilizando las dos técnicas referidas y el esquema implementado para contrastarlos en términos de convergencia, velocidad y precisión. Es decir, evaluaremos partes a) y b) e incluso una pequeña parte c) donde específicamente afrontaremos el desafío de la eventual aparición de matrices singulares en el sistema (1).

## BASES ALGEBRAICAS DEL ALGORITMO

Propusimos un esquema de implementación de CG que incluye dos pasos:

- 1) Transformar la matriz inicial  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  en una matriz semidefinida  $A'$  con  $m = n$ .
- 2) Preacondicionamiento de  $A'$  para aumentar la rapidez de convergencia.

Narrativa

Primero multiplicamos la matriz  $A^T$  por cada miembro de (1):

$$A^T (Ax) = A^T (b)$$

$$A^T Ax = A^T b$$

Consideremos que la matriz  $A^T A$  es simétrica, ya que su transpuesta es ella misma:

$$(A^T A)^T = (A^T)(A^T)^T = (A^T)A = A^T A$$

También  $A^T A$  es semidefinida positiva de acuerdo con el teorema 2. Para simplificar la notación, llamaremos a  $A^T Ax = A^T b$  como

$$A'x=b' \quad (3)$$

donde  $A' = A^T A$  y  $b' = A^T b$

Por tanto, en lugar de resolver el sistema (1), resolveremos el sistema (3).

## TRANSFORMACIÓN DE LA MATRIZ INICIAL $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ EN UNA MATRIZ SEMIDEFINIDA $A'$ CUADRADA

Es necesario señalar que si la matriz  $A$  es matriz sparse, la matriz  $A^T A$  casi siempre dejará de serlo, debido al gran número de multiplicaciones y adiciones involucradas en su obtención. En el teorema 3 se analiza si la solución  $x$  de  $A^T A x = A^T b$  es necesariamente la misma que de  $Ax = b$  o si existe el riesgo de que cuando intentamos resolver el sistema (3), en realidad no estemos encontrando la solución del sistema (1). El teorema dice que hay certeza de que sea la misma solución solo cuando  $A^T A$  es no singular. Podríamos suponer que si  $A^T A$  es singular entonces esto represente una desventaja de nuestro esquema de GC con respecto a otras técnicas, incluidas técnicas iterativas como el ART, sin embargo, esta es una apreciación incorrecta, ya que  $A^T A$  es singular cuando  $m < n$ , (ver el teorema 1), pero si  $m < n$  no hay una única solución teórica de (1) sino una infinidad de soluciones, y esta multiplicidad de soluciones es un problema que es independiente de la técnica utilizada para resolver el sistema (1). En resumen, cuando  $m < n$ , no solo nuestro esquema de GC, sino todas las técnicas se enfrentan a un problema de origen no técnico, sino algebraico.

## PREACONDICIONAMIENTO PARA AUMENTAR LA RAPIDEZ DE CONVERGENCIA

Además editaremos los GC usando un “preacondicionamiento” que mejorará su aplicación en la resolución de sistemas lineales que involucran matrices pequeñas y matrices sparse. El preacondicionamiento en GC consiste en multiplicar  $A'$  por una matriz  $M^{-1}$  de tal manera que  $M^{-1}A'$  presente más rápida convergencia que  $A'$ , esto se debe al hecho de que la relación denominada condición number:

$$\lambda_{\max} / \lambda_{\min} \quad (4)$$

(donde  $\lambda_{\max}$  y  $\lambda_{\min}$  son el valor propio mayor y menor respectivamente de la matriz del sistema, es tal que el “condition number” de  $M^{-1}A'$  es menor que el de  $A'$  [2])

Para dicho preacondicionamiento, usamos dos métodos. El primero se basa en la descomposición incompleta de Cholesky, y el segundo, de Jacobi, como vía alterna cuando el primero no proceda algebraicamente.

La matriz  $M$  del preacondicionamiento de Jacobi es: [1]:

$$M_{ij} = \delta_{ij} A'_{ij} \quad (5)$$

( $\delta_{ij}$  es el delta de Kronecker),  $M$  es una matriz diagonal simple de construir y por lo tanto demanda poco gasto en recursos computacionales. La matriz  $M$  basada en Cholesky es:  $M = LL^T$ , ( $L$  es una matriz triangular inferior). Dicho preacondicionamiento tiene asociado un número de condición mucho menor que  $A'$  y por tanto, es posible lograr la convergencia mucho más rápido. [3], [4]. Desafortunadamente, este último método no procede cuando  $m < n$  ya que  $A'$  es singular en tales condiciones (ver teorema 1), y entonces este método no procede para matrices singulares. En vista del hecho de que GC se desempeña mejor con el preacondicionador Cholesky en términos genéricos, pero el uso de este preacondicionador no es apropiado cuando  $m < n$ , hagamos que el preacondicionamiento de Cholesky surta efecto cuando  $m \geq n$ , y dejemos que el preacondicionamiento de Jacobi proceda cuando  $m < n$ , como se muestra con el siguiente pseudocódigo.

## PSEUDOCÓDIGO

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$

$b \in \mathbb{R}^m$

$M \in \mathbb{R}^{m \times n}$

$A' = A^T A$

$b' = A^T b$

Si  $m \geq n$ :  $M = LDL^T$

De lo contrario:  $M_{ij} = \delta_{ij} A'_{ij}$

Fijar tolerancia (tol)

$k \in \mathbb{N}$  (contador)

max = número máximo de iteraciones

$$r_0 = b_0 - A^T x_0$$

$$z_0 = M^{-1} r_0$$

$$p_0 = z_0$$

$$k = 0$$

Repetir mientras  $k < \max$  :

$$\alpha_k = r_k^T z_k / p_k^T A p_k$$

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + p_k$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

$$r_{k+1} = r_k - \alpha_k A p_k$$

Si  $|r_k|$  es lo suficientemente pequeño ( $|r_k| < \text{tol}$ ) :

Terminar y romper

$$z_{k+1} = M^{-1} r_{k+1}$$

$$\beta_k = z_{k+1}^T r_{k+1} / z_k^T r_k$$

$$p_{k+1} = z_{k+1} + \beta_k p_k$$

$$k = k + 1$$

Resultado final =  $x_{k+1}$

## TEOREMAS

### Teorema 1 :

Si  $A_{m \times n}$  es una matriz real pero si  $m \leq n$ , entonces  $A^T A$  es singular

Demostración:

$$A^T A = (A^T)_{n \times m} A_{m \times n} = (A^T A)_{n \times n}$$

Pero  $\text{rango}(A^T A) = \text{rango}(A) \leq m$ ,

Entonces:  $\text{rango}(A^T A)_{n \times n} \leq m$  y luego  $A^T A$  es singular

### Teorema 2:

Si  $A \in R_{m \times n}$  es una matriz real cualquiera, entonces  $A^T A$  es semidefinida positiva

Demostración:

Sea  $x$  un  $n$ -vector cualquiera, entonces:

$x^T (A^T A) x = (x^T A^T) (A x) \geq 0$  (Dado que  $Ax$  es un  $n$ -vector vertical y  $(Ax)^T$  es un  $n$ -vector horizontal, y entonces su producto es una suma de cuadrados).

### Teorema 3:

La solución  $x$  de  $A^T A x = A^T b$  es la misma que la de  $Ax = b$  cuando  $A^T A$  es no singular.

Demostración:

Supongamos que al intentar resolver el primer sistema encontramos a "y" supuestamente diferente de "x" tal que  $A^T$

$$A y = A^T b.$$

Pero entonces:  $A^T A y = A^T (b) = A^T (Ax) = A^T A x$

es decir:

$$A^T A y = A^T A x.$$

$$A^T A (y - x) = 0$$

Si  $A^T A$  es no singular entonces multipliquemos por  $(A^T A)^{-1}$  por la izquierda a cada miembro de la expresión anterior, y obtenemos que:  
 $(A^T A)^{-1} A^T A (y-x)$

O sea:

$$I (y-x) = 0$$

Y por lo tanto “ $y=x$ ” necesariamente.

Pero si  $A^T A$  es singular, dado que  $A^T A (y-x)=0$ , siempre habrá soluciones no nulas “ $y - x$ ” tales que satisfacen esta ecuación, y este tipo de soluciones muestran que en efecto existen “ $y$ ” diferentes de “ $x$ ”.

## RESULTADOS NÚMERICOS

	100 x 100 matrix	
	CG	ART
<i>iterations</i>	10	10
<i>precision</i>	$r < e^{-10}$	$r < 1.5$
<i>time</i>	0.5 sec.	21 sec.

Tabla 1

La Tabla 1 muestra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices sparse 100 x 100 con 60 por ciento de ceros, en términos de precisión, número de iteraciones para alcanzar convergencia.

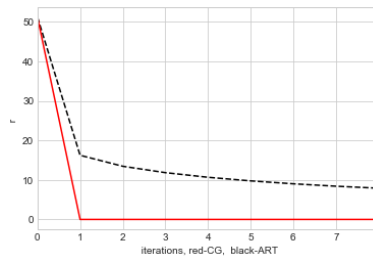


Figura 1

La Figura 1 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices sparse 100 x 100 con 60 por ciento de ceros, en términos gráficos de rapidez de convergencia.

Examinando los códigos computacionales [12] que construyen el matriz de preconditionamiento  $M^{-1}$  de Cholesky incompleto, se puede observar que si la matriz  $A$  tuviera todos sus componentes distintos de 0, entonces matriz  $M^{-1}$ , se convierte inevitablemente en la matriz  $A^{-1}$ , entonces bajo tales condiciones la convergencia se alcanza en 1 iteración, de acuerdo con la Figura 1. No importa demasiado que la matriz  $A$  proceda de la multiplicación de dos matrices sparse,  $A$  resulta ser densa sin 0 o casi ninguno, ésta origina una matriz de preconditionamiento  $M^{-1}$  que es casi idéntico a  $A^{-1}$ , y muchas veces es lo misma  $A^{-1}$ , con lo cual se requieren pocas iteraciones para alcanzar plena convergencia. La fuerte densidad de  $A$  se puede demostrar:

Dado que  $A = B^T B$ . Si  $B$  es sparse  $100 \times 100$  entonces los elementos  $a_{ij}$  de  $A$  son tales que  $a_{ij} = \sum_{m=1}^{100} b_{mi} b_{mj}$ , pero

la probabilidad de que un elemento  $b_{mn}$  no es 0 es 0.40 (para una sparse  $B$  de 60 por ciento de ceros, y elementos no

nulos todos positivos), y luego la probabilidad de que el producto  $b_{mi}b_{mj}$  sea diferente de 0 es  $0.40 \times 0.40 = 0.16$ ; y esa probabilidad que es 0 es 0,84. Pero que la probabilidad de que 100 términos que se suman sean todos ceros, es  $0.84^{100} = 2.6 \times 10^{-8}$  y esta es entonces la probabilidad de que cualquier elemento de A sea 0. Y finalmente la probabilidad de que A tenga todos sus componentes diferentes de 0 es:  $(1 - 2.6 \times 10^{-8}) = 0.9997$

En general, para una matriz sparse B de tamaño  $n \times n$ , si tiene 100 (1 - p) porcentaje de ceros, entonces la matriz A de nuestro procedimiento es tal que la probabilidad P de no tener ninguna cero entre sus componentes es igual a:

$$P = [1 - (1 - p^2)^n]^{n \times n} \quad (6)$$

Y si B es de tamaño  $m \times n$ , la probabilidad anterior se modifica un poco:

$$P = [1 - (1 - p^2)^{\min(m, n)}]^{m \times n} \quad (7)$$

Entonces, la tendencia de A a volverse cada vez más densa (con pocos o ningún ceros) es mayor cuanto mayor es el tamaño se trabajan las matrices.

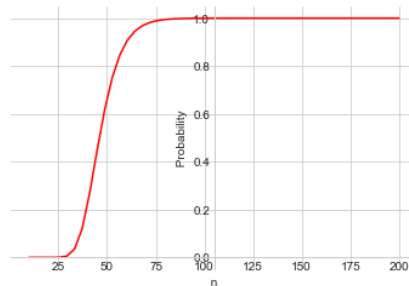


Figura 2

La figura 2 muestra la probabilidad de que todos los componentes de la matriz A son diferentes de 0 dependiendo del tamaño (n) de las matrices “sparse” que lo originan, cuando éstas tenían un 60 por ciento de componentes cero.

	120 x 100 matrix	
	CG	ART
<i>iterations</i>	10	10
<i>precision</i>	$r < 12$	$r < 12$
<i>time</i>	0.65 sec.	55 sec.

Tabla 2

La Tabla 2 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices “sparse” 120 x 100 con 60 por ciento de ceros, en términos de precisión y del número de iteraciones para alcanzar convergencia.



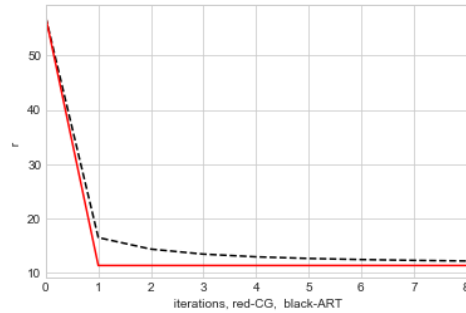


Figura 3

La Figura 3 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices “sparse” 120 x 100 con 60 por ciento de ceros, en términos gráficos de rapidez de convergencia.

En la Tabla 2 y la Figura 2, los valores altos de  $r$  son un consecuencia del hecho de que cuando la matriz  $A$  tiene demasiadas filas que columnas, por lo general no tiene solución, y luego las técnicas iterativas no pueden acercarse más allá de un cierto límite. a una solución que resuelva de forma aproximada el sistema.

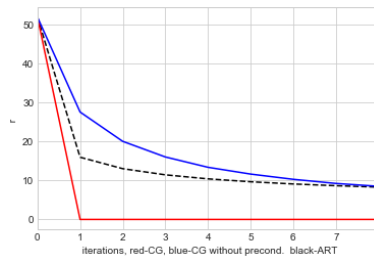


Figura 4

La Figura 4 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra CG (sin preconditionamiento) contra ART, en una matriz “sparse” de 100 x 100 con 60 por ciento de ceros

Como puede verse en la Figura 4, los GC sin el preconditionamiento puede ser superado por ART en velocidad de convergencia, pero no sucede así cuando se implementa el preconditionamiento de Cholesky incompleto.

	100 x 100 matrix	
	<i>Cholesky</i>	<i>Without</i>
<i>iterations</i>	10	10
<i>condition number</i>	1	e(7)
<i>time</i>	0.59 sec.	0.59 sec.

Tabla 3

La tabla 3 muestra algunas características de competitividad entre los tres métodos de preconditionamiento referidos. Son valores promedio en matrices aleatorias “sparse” con 60 porcentaje de componentes cero, en 10 iteraciones.

	120 x 100 matrix	
	<i>Cholesky</i>	<i>Without</i>
<i>iterations</i>	10	10
<i>condition number</i>	1	6* e(3)
<i>time</i>	0.70 sec.	0.65 sec.

Tabla 4

La tabla 4 muestra algunas características de competitividad (iteraciones fijas (10) para alcanzar convergencia, número de condición y tiempo de resolución medio) entre los tres métodos de preconditionamiento referidos. Son valores promedio en matrices aleatorias “sparse” con 60 porcentaje de componentes cero, en 10 iteraciones.

Aunque el número de condición para gradientes conjugados (Cholesky incompleto) en la Tabla 4 parece igual a 1, en realidad suele ser alrededor de 1,00000000001, por lo que deducimos que, en efecto, una matriz de preconditionamiento  $M^{-1} = A^{-1}$  ó  $M^{-1} \approx A^{-1}$  se está generando, esto se debe a la densidad total de A. De lo anterior se deduce que, aunque las matrices sparse se trabajan inicialmente, nuestro procedimiento es tal que da lugar a matrices fuertemente densas, al menos cuando las sparse tienen un 60 por ciento de ceros, porque cuando tienen 90 por ciento de ceros, entonces no se generan matrices densas, como veremos más adelante. Una matriz “sparse” con una gran proporción de ceros, digamos 90 porcentaje de ceros, es tal que puede dar resultados muy diferentes en nuestro análisis. Para empezar, de la fórmula (6) obtenemos que la probabilidad de que la matriz A de  $100 \times 100$  no tenga ceros es aprox.  $4,68 \times 10^{-1980}$ .

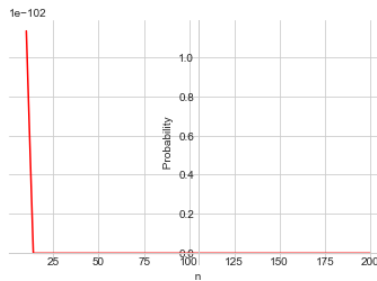


Figura 5

La figura 5 muestra la probabilidad de que todos los componentes de matriz A sean diferentes de 0 dependiendo del tamaño (n) de las matrices sparse que la originan, si tuvieran el 90 por ciento de componentes de ceros.

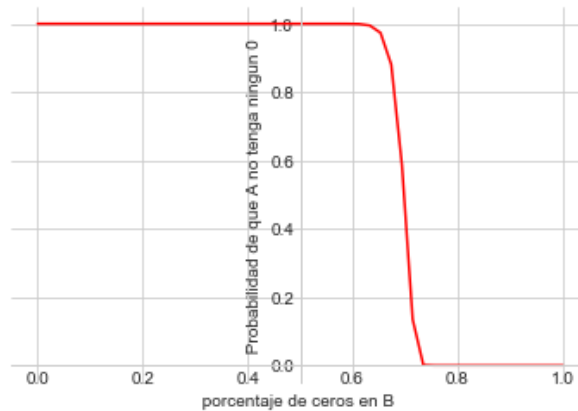


Figura 6

En la figura 6 se muestra cómo la probabilidad de que A no tenga ningún 0 en función del porcentaje de ceros de la sparse  $B^{100 \times 100}$ .

	100 x 100 matrix	
	CG	ART
<i>iterations</i>	50	50
<i>precision</i>	$r < 1$	$r < 2.5$
<i>time</i>	1 sec.	30 sec.

Tabla 5

La Tabla 5 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices sparse 100 x 100 con 90 por ciento ceros, exhibiendo los tiempos medios y la precisión media.

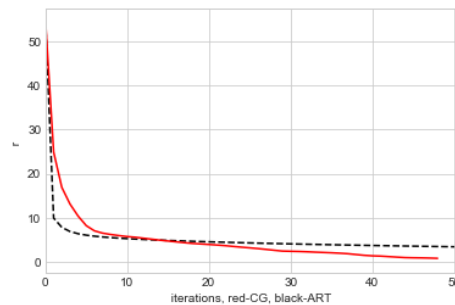


Figura 7

La Figura 7 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorizados, en matrices sparse 100 x 100 con 90 por ciento ceros, exhibiendo gráficamente la rapidez de convergencia en las iteraciones requeridas para ello.

	120 x 100 matrix	
	CG	ART
<i>iterations</i>	20	20
<i>precision</i>	$r < 16$	$r < 16$
<i>time</i>	1 sec.	40 sec.

Tabla 6

La Tabla 6 ilustra la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorios, en matrices “sparse” 120 x 100 con 90 por ciento ceros, exhibiendo los tiempos medios y la precisión media.

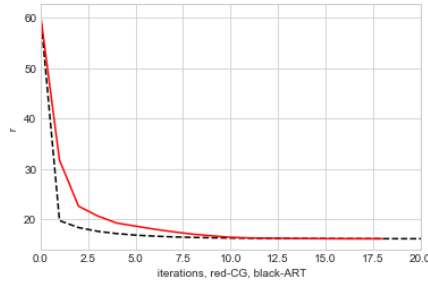
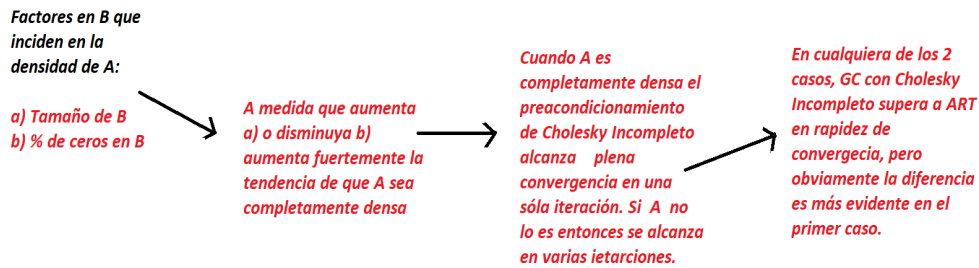


Figura 8

La Figura 8 ilustran la comparación de CG (Cholesky incompleto) contra ART, a través de varios ensayos aleatorios, en matrices “sparse” 120 x 100 con 90 por ciento ceros, exhibiendo gráficamente la rapidez de convergencia en las iteraciones requeridas para ello.

Examinando los códigos computacionales [12] que construyen el matriz de preconditionamiento  $M^{-1}$  de Cholesky incompleto, se puede ver que si la matriz  $A$  tiene varios de sus componentes iguales a 0, entonces la matriz  $M^{-1}$ , difiere del matriz  $A^{-1}$ , en tales condiciones, la convergencia es alcanzada no en 1, sino en varias iteraciones, según las Figuras 5, 6 y 7. La concatenación de las ideas previas se resume en el siguiente cuadro:



### APLICACIONES A LA MACROECONOMÍA

La solución de sistemas lineales es una tarea nada ajena a la macroeconomía. Por ejemplo, al procurar el equilibrio entre las curvas de la oferta y la demanda agregadas, donde la demanda agregada (DA) ó  $Y$  es función del tipo  $Y(M/P, G, T, Z_1)$  donde  $M$  es el suministro de dinero nominal,  $P$  es el nivel de precios,  $G$  es el gasto del gobierno real,  $T$  es un componente exógeno de los impuestos reales que gravan, y  $Z_1$  es un vector de otras variables exógenas que afectan la localización de la curva IS (influencias exógenas sobre cualquiera de los componentes del gasto) o la curva LM (influencias exógenas sobre la demanda de dinero); es tal que, si se implementa una relación lineal entre las variables implícitas y la explícita, se obtiene que:

$$Y = a_1 M/P + a_2 G + a_3 T + a_4 Z_1$$

La oferta agregada (OA) se puede modelar de forma similar como suma de componentes, generando una ecuación lineal, cuya construcción dependerá de la escuela que la conciba, proponiéndose así la curva a corto plazo o keynesiana, la de largo plazo o alguna otra asociada a algún otro modelo específico.

Por curioso que parezca, las variables que explícitamente aparezcan en una curva (OA o DA) se pueden incluir en la otra, con el simple añadido de hacer 0 al coeficiente  $a_i$  respectivo, (lo que se asocia a las matrices “sparse” mencionadas en este artículo).

Lo anterior, genera un sistema de 2 ecuaciones con varias incógnitas, y el sistema lineal es tal que da cabida para añadir más ecuaciones, si hay justificaciones técnicas que lo demanden.

Modelos tan versátiles como el narrado se pueden también generar, por ejemplo, para las curvas IS y LM.

## CONCLUSIONES

El perfeccionamiento de GC desarrollado en este artículo resultó superar a la tradicional técnica ART en los aspectos que con anterioridad se consideraron como cruciales para comparar técnicas iterativas, que fueron :

La velocidad de convergencia, es decir, la distancia entre la solución teórica exacta y la solución aproximada que se obtiene después de un cierto número de iteraciones.

El tiempo necesario para alcanzar el número de iteraciones ejecutado en el punto anterior. Confiamos que las herramientas y recursos referidos en el presente artículo motiven para seguir desarrollando nuevas técnicas que compitan en la carrera de la obtención de soluciones de sistemas de ecuaciones lineales gigantes, lo suficientemente precisas y alcanzadas con relativas pocas iteraciones, y que se constituyan en herramientas novedosas en campos tan variados como macroeconomía, geología, medicina, etc.

## REFERENCIAS

- [1] Aninash C. Kak, Malcolm Slaney. (Classics in applied mathematics 33). Principles of computerized tomographic imaging-Society for Industrial and Applied Mathematics (2001)
- [2] [https://en.wikipedia.org/wiki/Algebraic\\_reconstruction\\_technique](https://en.wikipedia.org/wiki/Algebraic_reconstruction_technique)
- [3] Hansen Christian, Jorgensen Jacob Sauer. AIR Tools II: algebraic iterative reconstruction methods, improved implementation.
- [4] Andersen Martin S., Hansen Per Christian. Generalized row-action methods for tomographic imaging.
- [5] Zhou, Xingyu. "On the Fenchel Duality between Strong Convexity and Lipschitz Continuous Gradient." arXiv preprint arXiv:1803.06573 (2018).
- [6] Bertsekas, Dimitri P. Incremental Gradient, Subgradient, and Proximal Methods for Convex Optimization: A Survey. arXiv:1507.01030
- [7] Bertsekas, Dimitri P. Convex Optimization Algorithms. ISBN 978-1-886529-28-1

## APLICACIÓN DEL FEMINISMO DE DATOS EN LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS

Martha Beatriz Flores Romero<sup>1</sup>, Jennifer López Chacón<sup>2</sup>, Norma Laura Godínez Reyes<sup>1</sup>, Marcela Figueroa Aguilar<sup>1</sup>  
martha.flores, jennifer.lopez, lgodinez, marcela.figueroa@umich.mx

<sup>1</sup>Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas UMSNH, <sup>2</sup>Facultad de Biología UMSNH

### RESUMEN

El avance de la tecnología en la producción de conocimiento científico ha permitido el surgimiento de nuevas ciencias y métodos que aumentan las posibilidades de éxito en diversos campos, siendo la ciencia de datos una de ellas. La ciencia de datos impacta en diferentes áreas como lo es la economía, las finanzas, la biología, la educación, entre otras. Data feminism o feminismo de datos, es una forma de ver la ciencia de datos tanto en la aplicación de esta ciencia como en las limitantes de la misma. Esta perspectiva se base en experiencias de primera mano, un compromiso con la acción y un pensamiento feminista interseccional, además proporciona estrategias para quienes desean utilizar la ciencia de datos y aprender cómo el feminismo puede ayudar a visibilizar grupos de personas que han sido ignoradas bajo la lupa de la estadística clásica. Data feminism busca utilizar la ciencia de datos para cuestionar y cambiar la distribución del poder. En este trabajo se propone la creación de cuestionarios para la investigación de mercados bajos los siete principios del feminismo de datos.

Palabras clave: feminismo de datos, investigación de mercados, perspectiva de género, ciencia de datos.

### INTRODUCCIÓN

Para Catherine D'Ignazio y Lauren Klein, la ciencia de datos es una forma de poder, pues permite transformar una base de datos en información. La ciencia de datos nos permite poder exponer situaciones de injusticia, mejorar la calidad de vida de una población, generar políticas públicas y exponer a empresas sin ética. Desgraciadamente, también se ha utilizado para la discriminación, la vigilancia de la población y el control de la misma. Este poder de la ciencia de datos para hacer bien o dañar, nos hace cuestionarnos sobre ¿de quién se trata la ciencia de datos? ¿Ciencia de datos para quién? ¿Ciencia de datos en función de los intereses de quién? Las narrativas en torno a las grandes bases de datos y a la ciencia de datos son abrumadoramente blancas, masculinas y tecno-heroicas. En *Feminismo de datos*, Catherine D'Ignazio y Lauren Klein presentan una nueva forma de pensar sobre la ciencia y la ética de datos basada en el pensamiento feminista interseccional (D'Ignazio & Klein 2023).

En el libro "Data feminism" de D'Ignazio y Klein, se demuestra cómo cuestionar el sistema binario de género masculino/femenino puede ser beneficioso para desafiar otros sistemas jerárquicos de clasificación, que además son empíricamente incorrectos. Las autoras explican que una comprensión más amplia de las emociones, por ejemplo, puede expandir nuestras percepciones sobre cómo visualizar eficazmente los datos, y cómo el concepto de trabajo invisible puede destacar los esenciales esfuerzos humanos necesarios para nuestros sistemas automatizados. De esta manera, los autores argumentan en contra de la noción de que los datos por sí solos pueden proporcionar una narrativa completa (D'Ignazio & Klein 2023).

El feminismo de datos proporciona estrategias tanto para aquellos que buscan emplear la ciencia de datos y comprender cómo el feminismo puede respaldar sus esfuerzos por la justicia, como para las feministas que desean dirigir su atención al creciente ámbito de la ciencia de datos. Sin embargo, el feminismo de la información va más allá de la mera discusión y problematización de temas de género. Aborda la cuestión del poder, quién lo posee y quién no, así como la manera en que estas disparidades de poder pueden ser cuestionadas, desafiadas y transformadas.

En este trabajo se presenta la importancia del feminismo de datos en la investigación de mercados no solo como una forma de inclusión que permita desarrollar una mejor estrategia económica para las empresas sino en una manera de tener una mayor responsabilidad en el manejo de datos..

### CIENCIA DE DATOS

La ciencia de datos implica el examen de datos con el propósito de obtener información relevante para las empresas. Se trata de un enfoque multidisciplinario que integra principios y métodos de disciplinas como las matemáticas, la estadística, la inteligencia artificial y la ingeniería informática, con el objetivo de analizar grandes volúmenes de datos. A través de este análisis, los científicos de datos pueden formular y responder preguntas como "¿qué

sucedió?", "¿por qué sucedió?", "¿qué sucederá?" y "¿qué acciones pueden derivarse de los resultados?" (Amazon, 2023).

El aumento en la cantidad de fuentes de datos y, por ende, de datos, ha convertido a la ciencia de datos en uno de los campos de más rápido crecimiento en todas las industrias. Por esta razón, no es sorprendente que el puesto de científico de datos haya sido denominado como el "*trabajo más sexy del siglo XXI*" según la Harvard Business Review. Las organizaciones dependen cada vez más de estos profesionales para interpretar datos y ofrecer recomendaciones prácticas que impulsen mejoras en los resultados comerciales. El ciclo de vida de la ciencia de datos involucra diversos roles, herramientas y procesos, permitiendo a los analistas obtener conocimientos prácticos. Por lo general, un proyecto de ciencia de datos atraviesa las siguientes etapas (IBM, 2023):

1. **Adquisición de datos:** El ciclo de vida inicia con la recopilación de datos, tanto estructurados y sin procesar como no estructurados, provenientes de diversas fuentes relevantes mediante distintos métodos. Estos métodos pueden abarcar desde la entrada manual hasta técnicas como el web scraping y la transmisión de datos en tiempo real desde sistemas y dispositivos. Las fuentes de datos engloban tanto datos estructurados, como los datos de clientes, como datos no estructurados, que pueden incluir archivos de registro, video, audio, imágenes, Internet de las cosas (IoT), redes sociales, entre otros.
2. **Almacenamiento y procesamiento de datos:** Dado que los datos pueden presentar diversos formatos y estructuras, las empresas deben considerar sistemas de almacenamiento variados según el tipo de datos que deseen capturar. Los equipos de gestión de datos contribuyen a establecer estándares para el almacenamiento y la estructura de datos, simplificando los flujos de trabajo relacionados con modelos de análisis, machine learning y deep learning. Esta fase engloba actividades como limpieza de datos, eliminación de duplicados, transformación y combinación de datos mediante trabajos ETL (extraer, transformar, cargar) u otras tecnologías de integración de datos. La preparación de datos resulta esencial para asegurar la calidad antes de cargarlos en un almacén de datos, data lake u otro repositorio.
3. **Análisis de datos:** En esta etapa, los científicos de datos realizan un análisis exploratorio de datos para examinar sesgos, patrones, rangos y distribuciones de valores presentes en los datos. Este análisis exploratorio impulsa la generación de hipótesis para pruebas a/b y permite a los analistas evaluar la relevancia de los datos para su utilización en modelos predictivos, machine learning y/o deep learning. Dependiendo de la precisión de un modelo, las organizaciones pueden basarse en estos conocimientos para tomar decisiones empresariales y fomentar una mayor escalabilidad.
4. **Comunicación:** Finalmente, los conocimientos se presentan en forma de informes y otras visualizaciones de datos que facilitan su comprensión, así como su impacto en el negocio, a los analistas de negocio y otros encargados de tomar decisiones. Lenguajes de programación de ciencia de datos como R o Python incluyen componentes para generar visualizaciones, aunque los científicos de datos también pueden optar por utilizar herramientas de visualización dedicadas.

La aplicación de la ciencia de datos en la investigación de mercados ha transformado significativamente la forma en que las empresas obtienen información sobre el comportamiento del consumidor, las tendencias del mercado y las estrategias de marketing. Aquí se describen algunas de las maneras en que la ciencia de datos se utiliza en la investigación de mercados (QuestionPro, 2023):

- **Análisis de Datos del Consumidor:** La ciencia de datos permite a las empresas recopilar y analizar grandes cantidades de datos del consumidor, incluidos patrones de compra, preferencias y comportamientos en línea. Esto proporciona información valiosa para adaptar estrategias de marketing y productos a las necesidades y deseos del cliente.
- **Segmentación de Mercado:** La segmentación de mercado es esencial para dirigirse a grupos específicos de consumidores. Utilizando técnicas de clustering y análisis de segmentación, la ciencia de datos ayuda a identificar grupos homogéneos de consumidores con características similares, permitiendo una orientación más efectiva.
- **Análisis de Sentimientos en Redes Sociales:** Las redes sociales son una fuente rica de datos para comprender la percepción del consumidor. La ciencia de datos se emplea para analizar los sentimientos expresados en plataformas como Twitter, Facebook o Instagram, proporcionando información sobre la reputación de la marca y la respuesta del consumidor a campañas específicas.

- **Predicción de Tendencias:** Mediante el uso de algoritmos predictivos, la ciencia de datos puede ayudar a prever tendencias futuras en el mercado. Esto incluye la identificación de productos o servicios que podrían tener una alta demanda, permitiendo a las empresas adaptarse proactivamente.
- **Optimización de Precios:** Los algoritmos de ciencia de datos pueden analizar datos de precios históricos, la elasticidad de la demanda y otros factores para ayudar a las empresas a establecer estrategias de precios competitivas y maximizar los ingresos.
- **Personalización de Campañas de Marketing:** La personalización es clave en el marketing moderno. La ciencia de datos ayuda a crear perfiles detallados de clientes y a personalizar campañas publicitarias para adaptarse a las preferencias individuales, aumentando la efectividad de las estrategias de marketing.
- **Optimización de Publicidad:** Utilizando técnicas de atribución y análisis de datos de campañas publicitarias anteriores, la ciencia de datos ayuda a determinar qué canales publicitarios y estrategias generan el mejor retorno de inversión (ROI).

En resumen, la ciencia de datos potencia la investigación de mercados al proporcionar herramientas avanzadas para analizar grandes conjuntos de datos, revelando patrones y tendencias que antes podrían haber pasado desapercibidos. Esto permite a las empresas tomar decisiones más informadas y adaptar sus estrategias para alcanzar y retener a su audiencia de manera más efectiva.

### FEMINISMO DE DATOS

El feminismo de datos se basa en siete principios, dichos principios deben ser aplicados en la ciencia de datos, a continuación se describen cada uno de ellos (D'ignazio & Klein 2023):

1. **Examinar el poder:** El feminismo de datos comienza por analizar cómo opera el poder en el mundo
2. **Desafiar el poder:** Este tema es fundamental porque su examen conlleva a comprender el funcionamiento de estructuras de poder, y la premisa es que el feminismo de datos debe analizar estas estructuras para entender cómo contribuyen a la perpetuación de diversas injusticias sociales. Así, el feminismo de datos aborda, entre otros aspectos, la cuestión del poder, indagando quién lo detenta y quién no. El enfoque interseccional del feminismo se centra en la evaluación de la distribución desigual de poder. En la era contemporánea, los datos representan una forma de poder significativa. De esta manera, el feminismo de datos parte de un reconocimiento que la ciencia de datos en general no suele considerar: en el mundo, el poder no se distribuye de manera equitativa.
3. **Elevar la emoción y la corporalidad:** Reivindicar las emociones implica reconocerlas como una vía para comprender y enfrentar el mundo. Las emociones no solo reflejan una postura ante la realidad, sino que también representan una forma de comprender y asimilar dicha realidad. A través de las emociones, podemos examinar las pautas de socialización impuestas por el pensamiento patriarcal, que nos han llevado a percibirnos como inferiores a los hombres. El feminismo, en este contexto, se manifiesta de manera emocional y está estrechamente vinculado con la indignación y el miedo. No obstante, esto no implica que las emociones expresadas carezcan de reflexión. Por el contrario, el pensamiento feminista implica una respuesta emocional al mundo que se traduce en una compleja reorientación de nuestra relación corporal con las normas sociales.
4. **Repensar los binarismos y las jerarquías:** Es esencial cuestionar las dicotomías de género, reconociendo que no se limitan únicamente a dos categorías y que existen diversos sistemas de opresión. En consecuencia, el feminismo de datos va más allá de la perspectiva exclusiva de las mujeres, ya que busca la igualdad considerando la multiplicidad de géneros. Trabajar hacia una sociedad más equitativa implica tener en cuenta a todas las identidades de género para abordar de manera integral las diversas formas de desigualdad.
5. **Adoptar el pluralismo:** En consonancia con el principio anterior y el enfoque interseccional, dar prioridad a las perspectivas múltiples, especialmente a las de los pueblos originarios, aportará diversas formas de comprender y conocer. Reconociendo y valorando las experiencias y conocimientos únicos de los pueblos originarios, se enriquecerá significativamente la comprensión del mundo y se promoverá una apreciación más completa de la diversidad de enfoques y saberes.
6. **Considerar el contexto:** Los datos no poseen objetividad inherente; más bien, reflejan relaciones sociales desiguales. La comprensión precisa de los análisis depende esencialmente del contexto en el que se encuentran. El reconocimiento de que los datos no son neutrales y están inherentemente vinculados a dinámicas sociales desiguales subraya la importancia de considerar el contexto al interpretar y utilizar la información recopilada.
7. **Hacer visible el trabajo:** Cada labor es producto de la colaboración de múltiples participantes, y es fundamental apreciar todas las contribuciones. El feminismo aboga por enfoques horizontales y



modalidades de conocimiento orgánicas, destacando la importancia de reconocer y valorar las diversas aportaciones de manera equitativa.

## FEMINISMO DE DATOS EN LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS

La aplicación del feminismo de datos en la investigación de mercados implica incorporar perspectivas feministas en la recopilación, análisis e interpretación de datos para abordar las desigualdades de género y proporcionar una comprensión más equitativa y completa del comportamiento del consumidor. Aquí se describen algunas formas en que el feminismo de datos puede influir en la investigación de mercados:

- **Recopilación de Datos Sensibles al Género:** Se busca recopilar datos que reflejen las experiencias y necesidades específicas de diferentes identidades de género. Esto implica no solo la inclusión de categorías binarias de género, sino también la consideración de identidades no binarias y diversas.
- **Análisis Diferenciado por Género:** Aplicar un enfoque de género en el análisis de datos ayuda a identificar patrones y tendencias específicas de género en el comportamiento del consumidor. Esto puede revelar diferencias significativas en las preferencias de compra, la lealtad a la marca y otros aspectos importantes.
- **Desglose de Datos por Segmentación de Género:** En lugar de asumir que las preferencias y comportamientos del consumidor son homogéneos, el feminismo de datos aboga por una segmentación más detallada según variables de género. Esto permite una comprensión más matizada de las audiencias y ayuda a evitar estereotipos simplistas.
- **Inclusión de Perspectivas Feministas en el Diseño de Investigación:** El feminismo de datos aboga por cuestionar los supuestos subyacentes en el diseño de investigación. Esto incluye reflexionar sobre cómo se formulan las preguntas, qué variables se incluyen y cómo se interpretan los resultados desde una perspectiva de género.
- **Énfasis en la Ética de Datos de Género:** El feminismo de datos destaca la importancia de abordar las cuestiones éticas relacionadas con la privacidad y la seguridad de los datos, especialmente cuando se trata de información sensible al género. Se busca evitar la reproducción de sesgos y la perpetuación de desigualdades de género.
- **Visualización de Datos Inclusiva:** Al presentar los resultados de la investigación, el feminismo de datos aboga por la inclusión de visualizaciones que reflejen la diversidad de género y eviten estereotipos. Esto garantiza que las representaciones gráficas no refuercen roles de género tradicionales o simplificaciones injustas.

La aplicación del feminismo de datos en la investigación de mercados contribuye a una comprensión más completa y justa de las dinámicas del consumidor, reconociendo la diversidad de experiencias y perspectivas de género. Al adoptar este enfoque, las empresas pueden mejorar la calidad de sus decisiones estratégicas y responder de manera más efectiva a las necesidades de un público más amplio.

## CONCLUSIONES

El feminismo de datos es una perspectiva crítica dentro de la ciencia de datos que busca abordar las desigualdades de género y otras formas de discriminación. Se centra en reconocer y cuestionar sesgos de género en la recopilación y análisis de datos, así como en promover la inclusión de perspectivas diversas. Además, destaca la importancia de considerar las emociones y la interseccionalidad al interpretar datos. El feminismo de datos busca transformar las prácticas en la ciencia de datos para lograr un enfoque más equitativo y justo. La implementación del feminismo de datos en la investigación de mercados ofrece beneficios al proporcionar una perspectiva inclusiva y desafiante de estereotipos de género. Este enfoque permitiría una segmentación de mercado más precisa, una comprensión más profunda de las emociones del consumidor y la promoción de prácticas éticas. Además, podría impulsar la innovación en productos, fortalecer la conexión emocional con los consumidores y alinearse con los valores de equidad y justicia social, mejorando así la efectividad de las estrategias de mercado.

## BIBLIOGRAFÍA

Amazon Web Services. (2023). What is Data Science?. Recuperado el 13 de octubre 2023 de <https://aws.amazon.com/es/what-is/data-science/>

IBM. (2023). ¿Qué es la ciencia de datos?. Recuperado el 13 de octubre 2023 de <https://www.ibm.com/mx-es/topics/data-science>

D'ignazio, C., & Klein, L. F. (2023). Data feminism. MIT press.

QuestionPro. (2023). Ciencia de datos: Qué es, importancia, procesos y aplicaciones. Recuperado el 18 de octubre 2023

<https://www.questionpro.com/blog/es/ciencia-de-datos/#:~:text=La%20ciencia%20de%20datos%20consiste,herramientas%20anal%C3%ADticas%20y%20conceptos%20cient%C3%ADficos.>

## **COMPROMISO AMBIENTAL DESDE LA PERSPECTIVA TRIBUTARIA. CASO SECTOR GANADERO DE UNA LOCALIDAD DEL ESTADO DE VERACRUZ**

Isidro Romero M.F., Sinforoso Martínez, S., Álvarez Velázquez, E. y González Rodríguez, C. A.  
zs19008075@estudiantes.uv.mx; ssinforoso@uv.mx; edalvarez@uv.mx; carlosgonzalez01@uv.mx  
Universidad Veracruzana

### **RESUMEN**

El objetivo de la investigación es analizar la percepción del sector ganadero de una localidad de Tuxpan Veracruz sobre la aplicación de un impuesto ambiental como parte del compromiso con el medio ambiente. Este caso de estudio tiene un alcance descriptivo, se inicia con una revisión de la literatura y se construye un instrumento de recolección de datos con escala Likert. Los resultados muestran que los ganaderos tienen la percepción de que a mayor impuestos ambientales la sociedad tendría un mayor compromiso con el medio ambiente, sin embargo, no estarían dispuestos a pagar un impuesto sobre el impacto ambiental. Se concluye que el sector ganadero cuenta con los conocimientos básicos acerca del compromiso ambiental, no obstante, es necesario realizar campañas para concientizar sobre la realización de actividades que contribuyan al cuidado y conservación de los recursos naturales.

Palabras claves: Compromiso Ambiental, Impuestos Ambientales, Contabilidad Ambiental y Sector ganadero.

### **ABSTRACT**

The objective of the research is to analyze the perception of the livestock sector in a town in Tuxpan Veracruz on the application of an environmental tax as part of the commitment to the environment. This case study has a descriptive scope, it begins with a review of the literature and a data collection instrument with a Likert scale is constructed. The results show that ranchers have the perception that the higher the environmental taxes, the society would have a greater commitment to the environment, however, they would not be willing to pay a tax on the environmental impact. It is concluded that the livestock sector has basic knowledge about environmental commitment, however, it is necessary to carry out campaigns to raise awareness about carrying out activities that contribute to the care and conservation of natural resources.

**Keywords:** Environmental Commitment, Environmental Taxes, Environmental Accounting and Livestock Sector.

### **INTRODUCCIÓN**

Desde hace décadas se analiza el tema de la conservación del medio ambiente, es por ello que en este trabajo de investigación se aborda el tema del compromiso ambiental desde una perspectiva tributaria, de primera instancia se puede entender que un compromiso ambiental ayuda al ser humano a contar con recursos indispensables para sus actividades cotidianas. Es responsabilidad de las empresas o sectores empresariales poder tener un mejor desempeño ambiental reduciendo contaminantes o el exceso consumo de los recursos (Klassen y Whybark, 1999), para garantizar que las futuras generaciones cuenten con los recursos para satisfacer sus necesidades básicas.

Una alternativa para contribuir al cuidado y conservación de los recursos naturales es el planteado por Pigou (1920), quien planteó que una de las formas para corregir el daño al medio ambiente es a través del cobro de un impuesto al que se le conoció como impuesto pigouviano y que a la fecha tiene diferentes denominaciones tales como impuestos Verdes, Impuestos Ambientales o Impuestos Ecológicos, estos impuestos han cobrado relevancia en los últimos años, en México son aplicados en algunas Entidades Federativas.

Uno de los sectores empresariales donde se utilizan productos que en algún momento puede causar daño a los recursos naturales es el sector agropecuario. Este estudio se enfoca a identificar la percepción del sector ganadero de una localidad de Tuxpan, Veracruz sobre la aplicación de un impuesto ambiental como parte del compromiso con el medio ambiente, pues ante la ocupación de pesticidas en la realización de su actividad económica muchos de los ganaderos no conocen el daño que estos le causan a nuestro planeta.

## **MARCO REFERENCIAL**

### **Aspectos generales de la Contabilidad Ambiental**

El objetivo principal de la contabilidad ambiental es reconocer tanto las acciones como el impacto que las compañías ejercen sobre los recursos naturales y como esto se ve reflejado en la posición económica de cada una de ellas (Felix, et al., 2020 en Bergamini, 2000, p.10). Al respecto Mantilla (2006, p. 156) plantea que “la contabilidad ambiental se debe preocupar por el desarrollo de la sostenibilidad de la organización en términos económicos, sociales y medioambientales en función del bienestar y la supervivencia de la sociedad”.

La Agencia Europea del Medio Ambiente (1999) define la contabilidad ambiental como instrumentos y sistemas que ayudan a la evaluación y comunicación de las acciones medioambientales de cada entidad, desde la perspectiva fiscal, económica y saber en qué posición se encuentra en temas de ecoeficiencia. Con relación a los temas ambientales las empresas deben maximizar su valor en el mercado a través del cuidado y conservación de los recursos naturales buscando alternativas para minimizar los impactos ambientales

Diversos autores sostienen la importancia de la contabilidad ambiental para la toma de decisiones de las empresas (Sastres, 1997; Llull, 2001; Tua, 1995; Gómez, 2009; Llena, 2008) y Williams, 1987), esta contabilidad según Mejía (2010, p.85) citando a Bischoffshausen (1996), puede clasificarse en nacional, ambiental financiera y administrativa. La primera se enfoca en los recursos naturales a nivel país, la segunda se aplica para la revelación de pasivos y costos ambiental, la contabilidad ambiental administrativa estudia los costos ambientales para la toma de decisión. Diversas teorías sostienen la importancia sobre los temas ambientales estudiadas desde la perspectiva contable, tales como la Teoría Neoclásica o Marginalista, la Teoría Tridimensional de la Contabilidad, el Paradigma del Beneficio Verdadero, la Corriente Crítica Radical, la Teoría de utilidad para la toma de decisiones, la Teoría de legitimación, la Teoría de los Stakeholders y la Teoría del Accountability.

Con base a lo descrito, la contabilidad ambiental es un medio que permite a las organizaciones integrar en la toma de decisiones el impacto al medio ambiente, esta integración es una alternativa para contribuir al cuidado y conservación de los recursos naturales, sin embargo otras propuestas parten del compromiso en contribuir vía impuesto como una forma de disminuir el impacto ambiental.

### **El impacto al medio ambiente y el compromiso ambiental**

De acuerdo con la Secretaria de Medio Ambiente y Recursos Naturales (2018) mejor conocida como SEMARNAT por sus siglas, define al impacto ambiental como la “Modificación del ambiente ocasionada por la acción del hombre o de la naturaleza”. Esta institución en el 2018 menciona que existen diversos tipos de impactos ambientales, una clasificación es de acuerdo con su origen, en los provocados por el aprovechamiento de recursos naturales ya sean renovables, tales como el aprovechamiento forestal o la pesca; o no renovables, tales como la extracción del petróleo o del carbón. La segunda clasificación del impacto ambiental es la contaminación donde se enfocan todos los proyectos que producen algún residuo (peligroso o no), emiten gases a la atmósfera o vierten líquidos al ambiente. El tercer impacto es el de ocupación del territorio, los cuales son los proyectos que al ocupar un territorio modifican las condiciones naturales por acciones tales como desmonte, compactación del suelo y otras.

Los impactos mencionados generan un efecto en la sociedad, economía y recursos naturales por tanto es necesario que se asuman compromisos en beneficio del medio ambiente. De acuerdo con Burgos y Céspedes (2001) y Johnstone y Labonne (2009) mencionan que el compromiso ambiental es el conducto que se utiliza para poder alcanzar una mejor practica ambiental. La Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) y la Agencia Internacional de la Energía (IEA), lo toma como "aquellos cuya base imponible consiste en una unidad física (o similar) de algún material que tiene un impacto negativo, comprobado y específico sobre el medioambiente".

Existen diversos efectos que se relacionan con el compromiso ambiental, el primero es el efecto financiero donde el Banco del Austro en su página oficial en el año de 2020 menciona acerca de la responsabilidad social y los enfoques en los que se puede visualizar que las entidades financieras. Social, ambiental y económico. El primero ha enfocado la responsabilidad social en el enfoque social promoviendo el deporte, la cultura y tener un mejor cuidado de la salud, el ambiental poniendo en marcha la preservación de los recursos naturales, áreas verdes y el reciclaje; y por último el económico enfocado en la sostenibilidad empresarial y el apoyo a pequeños empresarios para saber cómo llevar una economía responsable. Derivado de lo anterior, las instituciones financieras llevan a cabo la

responsabilidad social, sin embargo, no existe una medición adecuada para conocer el impacto de estos programas en sus grupos beneficiarios.

### Impacto ambiental del sector ganadero

Con relación al sector ganadero y el medio ambiente, analizando la publicación de la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (2019, p.34) mejor conocida como FAO por sus siglas en inglés, sobre el debate en torno a la producción ganadera se ha centrado en gran medida en cómo el sector puede producir más para satisfacer la creciente demanda de productos animales; y al mismo tiempo, alimentar a una población mundial en aumento, a la vez que se reduce su huella ambiental.

El informe “Ganadería mundial” analiza cuales son las mejores prácticas y políticas que se pueden implementar con el fin de poder cumplir los 17 objetivos de desarrollo sostenible, para que el sector ganadero no se quede atrás de acuerdo con los daños que la realización de las actividades puedan ocasionar al planeta, por ello de acuerdo con la FAO, (2019, p, 35) a continuación se enlistan algunas de las contribuciones que se pueden llevar a cabo, siendo una de ellas el cuidado al medio ambiente.

- Suministrar a la población alimentos con alto contenido de proteínas.
- Impulsar la nutrición de los niños para lograr buen rendimiento en la escuela y crecer con buena salud.
- Proporcionar a las familias rurales con activos de capital de gran importancia.
- Generar ingresos y empleos.
- Impulsar las economías rurales a nivel local y generar ingresos fiscales y divisas a una escala más amplia.
- Ofrecer a las mujeres rurales mayores oportunidades económicas.
- Mejorar la eficiencia del uso de los recursos naturales.
- Proteger el medio ambiente.

En el marco de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible y el Acuerdo de París, la FAO se compromete a ayudar a los países a abordar el hambre cero al tiempo que aborda el cambio climático a través de una mejor gestión de los sistemas ganaderos. Con base a lo descrito se busca conocer la percepción de un grupo de ganaderos sobre el tema ambiental desde la perspectiva tributaria, con la finalidad de identificar su compromiso con el medio ambiente.

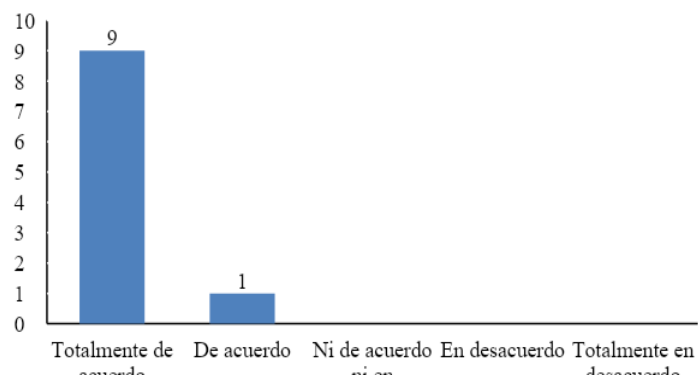
### METODOLOGÍA

Esta investigación se realiza con un alcance descriptivo, tiene un enfoque cuantitativo. El tipo de investigación es no experimental de corte transversal. El instrumento de recolección de datos aplicado está formado por 13 preguntas con respuestas escala Likert. Cuenta con 2 apartados, el primero conformado por los aspectos generales y el segundo se encuentra las preguntas acerca del compromiso ambiental. Las variables que se estudian son el impuesto ambiental y el compromiso ambiental. La población de estudio fueron 10 ganaderos de una comunidad del municipio de Tuxpan Veracruz

### CASO EMPRESARIAL

La mayoría de los ganaderos afirman tener conocimiento sobre el compromiso con el medio ambiente, tal como se muestra en la gráfica 1.

Gráfica. 1 ¿Tiene conocimiento sobre el compromiso ambiental?

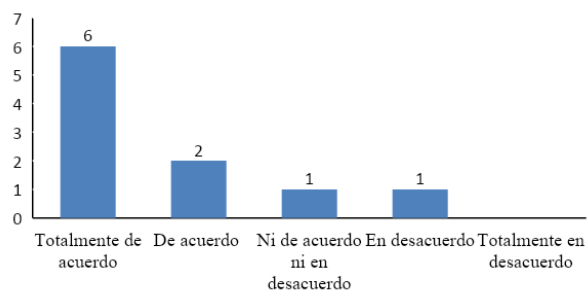


Fuente: Elaboración propia

Cuidar el medio ambiente es importante ya que se pueden visualizar necesidades de recursos naturales en el país, como por ejemplo la falta de agua es una realidad en algunas ciudades de la república mexicana. Ante la relevancia de los recursos naturales García (2012) plantea que es importante visualizar la necesidad progresiva de relaciones multidisciplinares de la contabilidad social y ambiental para poder tener el cuidado necesario con los recursos.

En la gráfica 2 se observa que la mayoría de la población estudiada afirma que es importante tener un compromiso con el medio ambiente.

Gráfica. 2 ¿Es importante tener un compromiso con el cuidado al medio ambiente?

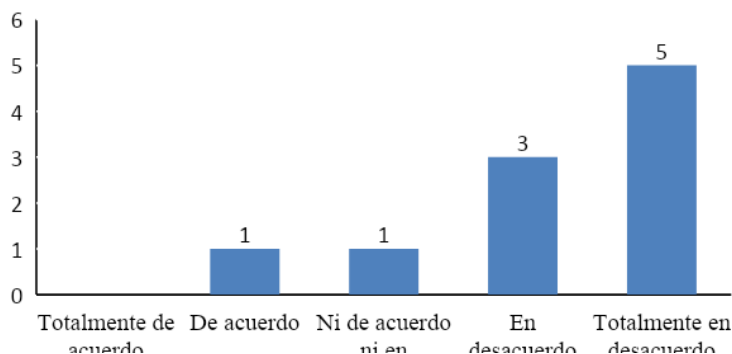


Fuente: Elaboración propia.

Huesca y López (2016) mencionan que en el año de 1992 México comenzó a efectuar políticas ambientales para que la población pueda tener una conciencia respecto a sus acciones, aunque empezaron siendo básicas, cada una de las políticas han iniciado persuasiones fiscales para que las entidades comiencen a utilizar tecnologías amigables con el medio ambiente y de este modo poner en marcha las políticas ambientales internacionales.

En la gráfica 3 se muestra que 6 integrantes de la población de ganaderos encuestados no cuentan con conocimientos acerca de los impuestos verdes. Citando a Llena (2008) es necesario la difusión de información sobre este tema.

Gráfica. 3 ¿Tiene conocimientos sobre impuestos ambientales?

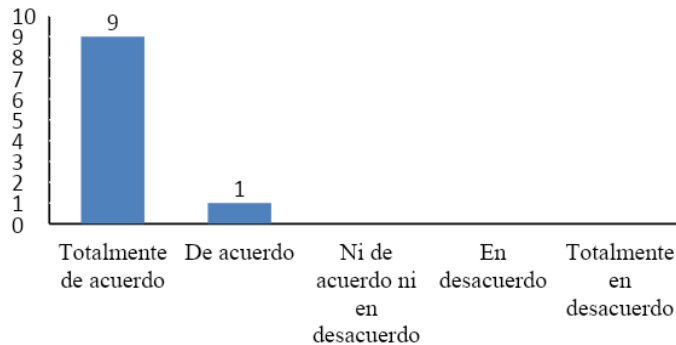


Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la gráfica 4, 9 de los ganaderos utilizan pesticidas para su actividad empresarial, sin embargo, al momento de encuestarlos el 100% comentó que los utilizan por obligación ya que son estrictamente necesarios para llevar a cabo sus actividades de ganadería, afirmando lo mencionado por Silverio y López (2022) que para el control

de plagas de la ganadería como la agricultura es necesario la utilización de herbicidas y pesticidas. Ante esta situación es necesario identificar alternativas que disminuyan el impacto al medio ambiente.

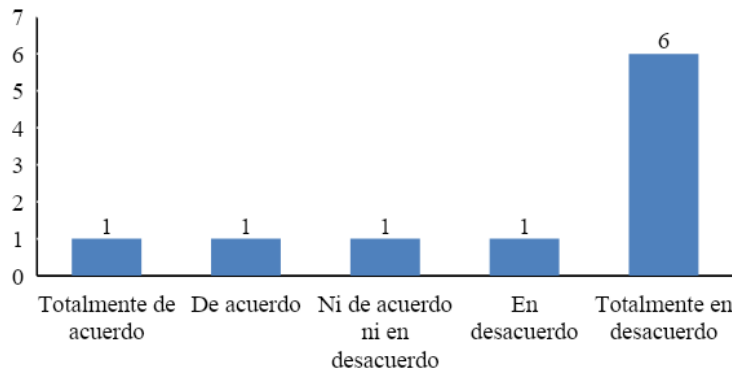
Gráfica. 4 ¿Para su actividad empresarial utiliza pesticidas?



Fuente: Elaboración propia

Al observar la gráfica 5 se identifica que la mayoría (7 ganaderos) no estaría dispuesto a pagar un impuesto ambiental ya que los ganaderos en la comunidad cuentan con la idea de no pagar otro impuesto que no sea el Impuesto al Valor Agregado (IVA), aunque con la perspectiva de Mannarino (2020) se deben de desarrollar políticas tributarias y ambientales donde la producción agrícola atienda a la conservación de los recursos y la biodiversidad en ellos, pero en forma sostenible.

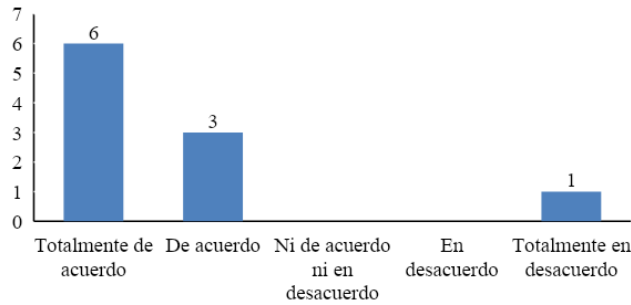
Gráfica. 5 ¿Estaría dispuesto a pagar un impuesto ambiental por el uso de pesticidas?



Fuente: Elaboración propia

6 ganaderos están totalmente de acuerdo en que si se aplicaran más impuestos ambientales la sociedad tendría un mejor compromiso con el medio ambiente, 3 están de acuerdo con la misma afirmación y solo un ganadero está totalmente en desacuerdo (Véase la gráfica 6).

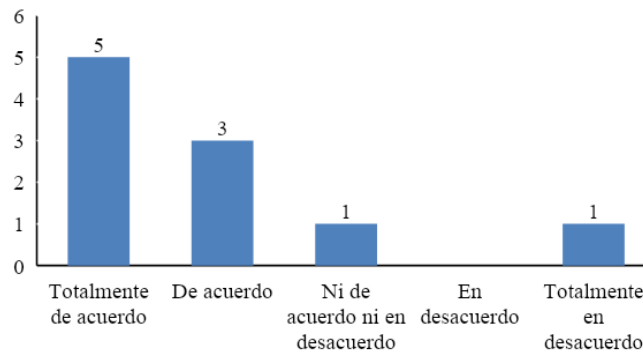
Gráfica. 6 Desde su perspectiva ¿A mayores impuestos ambientales, mayor compromiso con el medio ambiente?



Fuente; Elaboración propia

Los ganaderos están de acuerdo con el compromiso que se debe tener con el medio ambiente y afirman que tiene una relación con los impuestos ambientales, 8 de ellos están de acuerdo con que a mayores impuestos ambientales menor impacto en el medio ambiente, los resultados se observan en la gráfica 7.

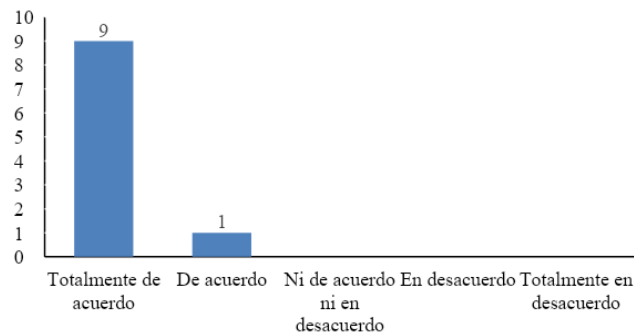
Gráfica. 7 ¿A mayores impuestos ambientales, menor impacto con el medio ambiente?



Fuente: Elaboración propia

Al observar los resultados de la gráfica 8, el 100% de la población encuestada esta de acuerdo en que es necesario tener un compromiso con el medio ambiente.

Gráfica. 8 Desde su perspectiva ¿Es necesario un compromiso con el medio ambiente?

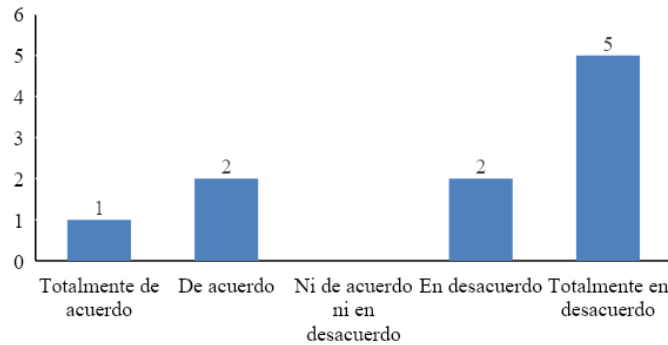


Fuente: Elaboración propia



Al visualizar la gráfica 9, se puede afirmar que la mayoría de los ganaderos encuestados (7) no estarían dispuestos a pagar un impuesto sobre el impacto ambiental que causa utilizar los pesticidas ya que el precio de estos es elevado e impacta en su economía, sin embargo existen 3 empresarios de este sector que con la finalidad de contribuir al medio ambiente pagarían un impuesto ecológico.

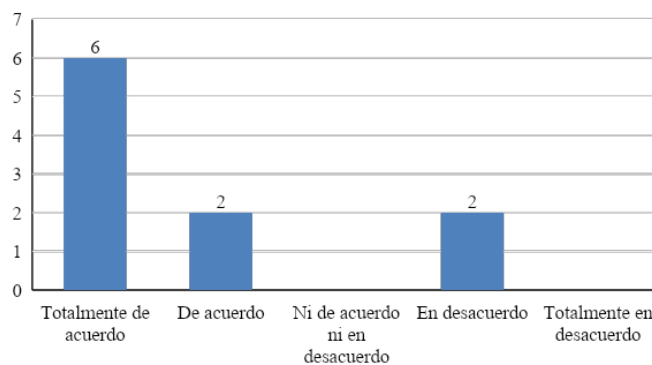
Gráfica. 9 ¿Estaría dispuesto a pagar un impuesto ambiental por el impacto ambiental ocasionado por su actividad económica?



Fuente: Elaboración propia

En la gráfica 10 se identifica que la mayoría de la población ganadera encuestada está dispuesta a capacitarse en el tema de impuestos ambientales siempre y cuando se les den las herramientas necesarias para poder tener a su alcance dicha información.

Gráfica. 10 ¿Es de su interés tomar un curso para conocer un poco más sobre los impuestos ambientales?



Fuente: Elaboración propia

## CONCLUSIÓN

El sector ganadero cuenta con los conocimientos básicos acerca del compromiso ambiental, sin embargo, es necesario capacitarse sobre los impuestos ambientales. Se afirma que desde la perspectiva del sector ganadero de la localidad estudiada una de las formas de comprometerse con el cuidado y conservación de los recursos naturales es mediante un impuesto ambiental. Se concluye que los impuestos ambientales permean el cuidado de la naturaleza siempre y cuando éstos sean aplicados para resarcir el daño causado por las actividades empresariales o prevenirlas, la supervisión de la correcta aplicación del recurso es un elemento clave para evitar el uso inadecuado de los impuestos recaudados.

Se recomienda que se implementen estrategias por parte de los gobiernos locales, así como los responsables de las uniones ganaderas para generar programas de producción ganadera sustentable, es decir continuar produciendo sin

descuidar la conservación del medio ambiente. Se recomienda promover campañas informativas sobre la importancia que tienen los impuestos verdes para salvaguardar los recursos naturales y no crear consecuencias alarmantes a largo plazo. El sector ganadero requiere de educación ambiental con relación con los impuestos ambientales, se propone crear campañas de enseñanza a los interesados para que conozcan la relación que se tiene entre el cuidado del medio ambiente y los impuestos verdes.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Bergamini, S. (2000). Costos emergentes en contabilidad ambiental. *Thinking Accounting*, Río de Janeiro, 9, 3-11.
- Bischhoffshausen, W. (1997). Una visión general de la contabilidad ambiental. *Revista Contaduría y Administración*, 186 (20), 139-170. Doi: 10.17533/udea.rc.25519
- De Burgos, J. y Céspedes, J. (2001). La protección ambiental y el resultado: un análisis crítico de su relación. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 7 (2), 93-108. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=187797>
- FAO. (2019). World Livestock: Transforming the livestock sector through the sustainable Development Goals. Sustainable Development Goals. Rome: *Food and Agriculture Organization for the United Nations*. 222. Doi: doi.org/10.4060/ca1201en
- Felix, K., Torralbas, A. de L., Leite, E. y Gonzalez, G. (2020). Contabilidad Ambiental: Desde una Visión de Responsabilidad Social. *International Journal of Professional Business Review*, 5(1), 17-27. Doi: 10.26668/businessreview/2020.v5i1.171
- García, F. I. (2012). Problemas de la Contabilidad social y ambiental: Algunas reflexiones sobre la necesidad de un abordaje interdisciplinario. *Contaduría Universidad De Antioquia*, (60), 209–218. Doi: 10.17533/udea.rc.14690
- Gómez, V. M. (2009). Los informes contables externos y la legitimidad organizacional con el entorno: estudio de un caso en Colombia. *Innovar*, 19(34), 147-166. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81818977011>
- Huesca, L. y López, A. (2016) Impuestos ambientales al Carbono en México y su progresividad: una revisión analítica. *Economía Informa*, 398, 23-39. Doi: 10.1016/j.ecin.2016.04.003
- Johnstone, D., y Labonne, J. (2009). Why do manufacturing facilities introduce environmental management systems? Improving and/or signaling performance. *Ecological Economics*, 68(3), 719-730. Doi: 10.1016/j.ecolecon.2008.06.003
- Klassen, R., Y Whybark, C. (1999). Environmental management in operations: The selection of environmental technologies. *Decision Sciences*, 30(3), 601-631. Doi: 10.1111/j.1540-5915.1999.tb00900.x
- Llena, M. F. (2008). El papel de la Contabilidad en la gestión medioambiental de la empresa: propuestas y evidencia empírica. *Revista de Contabilidad y Dirección*, 7, 103-134. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3127470>
- Llull, G. A. (2001). Contabilidad medioambiental y desarrollo sostenible en el sector turístico. Tesis Doctoral. Universidad de las Islas Baleares. <http://hdl.handle.net/10803/9419>
- Mannarino, N. Y. (2020). *Agricultura responsable e impuestos provinciales*. Repositorio Universidad del Este. <http://dspace.biblio.ude.edu.ar:8080/xmlui/handle/123456789/137>
- Mantilla, P. E. (2006). Contabilidad ambiental en el desarrollo sostenible. *Revista Legis Internacional de Contaduría y Auditoría*, 25, 133-160. [https://xperta.legis.co/visor/rcontador/rcontador\\_7680752a7db0404ce0430a010151404c/revista-internacional-legis-d-e-contabilidad-y-auditoria/la-contabilidad-ambiental-en-el-desarrollo-sostenible](https://xperta.legis.co/visor/rcontador/rcontador_7680752a7db0404ce0430a010151404c/revista-internacional-legis-d-e-contabilidad-y-auditoria/la-contabilidad-ambiental-en-el-desarrollo-sostenible)
- Mejía, S. E. (2010). Contabilidad Ambiental. Crítica al Modelo de Contabilidad Financiera. Armenia: *Fidesc*, 85. <https://www.eumed.net/libros-gratis/2011a/919/index.htm>
- Pigou, A. (1920). The Economics of Welfare. 4. (Versión digital), <http://www.econlib.org/library/NPDBooks/Pigou/pgEW0.html>

Sastre, J.M. (1997). Hacia una teoría explicativa de la información socio-medioambiental: aplicación al sector eléctrico español mediante la técnica del análisis de contenido. CD ROM de la I Reunión sobre investigación en Contabilidad Medioambiental en la Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España.

Silverio, C. y López, W. (2022). Pesticidas organoclorados residuales en leche cruda procedente de la provincia El Oro, Ecuador. *Alfa Revista de Investigación en Ciencias Agronómicas y Veterinaria*, 6 (18), 393-405. Doi: 10.33996/revistaalfa.v6i18.176

Tua, P. J. (1995). Evolución del Concepto de Contabilidad a Través de sus Definiciones. *Contaduría Universidad De Antioquia*, (13), 9–74. Doi: 10.17533/udea.rc.24995

Williams, P. F. (1987). The legitimate concern with fairness. *Accounting, organizations, and society*, 12(2), 169-189. Doi: 10.1016/0361-3682(87)90005-5.

## THE IMPLEMENTATION OF THE INTERNATIONALIZATION STRATEGY AS AN ALTERNATIVE TO CONCRETE THE EFFECTIVE POSITIONING OF MEXICAN MICRO-ENTERPRISES

José Elías Silva Trigueros, Beatriz Flores Romero, Arturo Pantoja Ayala  
Tecnológico Nacional de México, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
jose.st@morelia.tecnm.mx, betyf@umich.mx, arturo.pa@morelia.tecnm.mx

### ABSTRACT

Paunovic *et al.* (2010) argue that international economy is currently exposed to a powerful process of globalization in which companies that refuse to internationalize their operations will not be able to participate, at least in the long run, in the modern economy. This is so because none of them can maintain the belief that being centered in a local market will not be subject to international competition. Given the nature of current markets, micro, small and medium-sized enterprises (MSMEs) are increasingly facing international problems similar to those faced by large firms. As a consequence, many firms are no longer able to act on the market without taking into account the risks and opportunities represented by foreign and/or global competition (Ruzzier *et al.*, 2006). Due to the competitive pressures imposed by globalized markets, internationalization presents itself as one of the main challenges for organizations today. The fundamental problem that must be solved by all firms, and especially MSMEs, is the decision of what human, financial, technological and technical resources are required to implement and develop activities that allow them to participate more actively in the international arena and, consequently, contribute to their survival and growth (Ahokangas, 1998).

Key Words: Internationalization, Strategy, Microenterprise.

### RESUMEN

Paunovic *et al.* (2010) argumentan que la economía internacional se encuentra actualmente expuesta a un poderoso proceso de globalización en donde las empresas que se rehúsen a internacionalizar sus operaciones no podrán ser participes, al menos en el largo plazo, en la economía moderna. Lo anterior debido a que ninguna de ellas puede mantener la creencia de que por estar centrada en un mercado local no se verá sometida a la competencia internacional. Dada la naturaleza de los mercados actuales, las micro, pequeñas y medianas empresas (MIPYMES) enfrentan cada vez más problemas internacionales similares a los que enfrentan las grandes empresas. Como consecuencia, a muchas firmas ya no les es posible actuar en el mercado sin tener en cuenta los riesgos y las oportunidades que representa la competencia extranjera y/o global (Ruzzier *et al.*, 2006). Debido a las presiones competitivas impuestas por los mercados globalizados, la internacionalización se presenta como uno de los principales retos para las organizaciones en la actualidad. El problema fundamental que debe ser resuelto por todas las firmas, especialmente por las MIPYMES, es la decisión de cuáles son los recursos humanos, financieros, tecnológicos y técnicos requeridos para implementar y desarrollar actividades que les permitan participar más activamente en el terreno internacional y, en consecuencia, que coadyuven a su supervivencia y a su crecimiento (Ahokangas, 1998).

Palabras clave: Internacionalización, Estrategia, Microempresa.

### DESCRIPTION OF THE CURRENT SITUATION

Internationalization is a synonym for the geographical expansion of economic activities beyond the national borders of a country. The term came into use when the phenomenon gradually replaced imperialism as the organizing principle that framed the dominant cross-border interaction between market economies beginning in the 1920s. The process of internationalization of the economy accelerated in the subsequent era to World War II and remained unrivaled until the 1970s, when a new phenomenon, called globalization, began to emerge (Gjellerup, 2000).

Madsen *et al.* (1997) point out that the phenomenon called globalization, and its concomitant problems, have recently been introduced into the development and research of the firm. Globalization refers to the fact that a firm's operations are managed on a global scale, not just in a few selected countries. It is characterized by the global integration of increasingly competitive markets and the companies that, consequently, face global competition. Traditional exports find themselves under increased pressure as conditions for marketing and production change rapidly. As a result, firms, including Micro, Small and Medium-sized Enterprises (MSMEs) must respond to markets at an ever faster and more effective pace (Pleitner, 2002). Ruzzier *et al.* (2006) add that globalization also includes the functional integration of geographically dispersed economic activities. It means something else in terms of scope,

content and intensity of mutual connections, capital and management involvement; and, therefore, it is a qualitative extension of internationalization.

Business globalization is being driven by three forces (Acs *et al.*, 2001; Gjellerup, 2000). The first one resides in the rapid growth of low-cost technology that helps connect people and places, thereby enabling faster information processing and communication, resulting in greater awareness of international economic opportunities. The second force behind the globalization of business is the continued dismantling of barriers to trade and financial deregulation where free trade agreements have created a more leveled playing field for innovative companies. Finally, the third driving force is the widespread economic restructuring and liberalization that followed the fall of socialism in Russia and Central/Eastern Europe, as well as the geographic expansion of markets in Asia, particularly China. These previously closed world areas are now new markets and magnets for investment, opening up new opportunities for growth and investment.

Despite all the driving forces of the globalization phenomenon, internationalization has not been superseded and many observations about it are still valid today. However, the impact of globalization on the MSME sector is probably more profound than on the already highly internationalized sector of large companies (Gjellerup, 2000).

Historically, large, mature, multinational firms have played a dominant role on the international stage, while MSMEs, and particular aspects related to their internationalization, have recently attracted broader interest (Miesenbock, 1988). The internationalization of the firm is an economic phenomenon that has been intensively investigated in recent decades, however, the study of the internationalization of MSMEs is more recent (Ruzzier *et al.*, 2006).

*Schweizer et al.* (2010) argue that most studies on international business have implicitly referred to the process of internationalization of the firm as the process of increasing involvement in international markets. Welch *et al.* (1993) consider the internationalization of the firm as the result of its intentions to expand internationally and the consequent efforts to achieve it. According to Ruigrok (2000), the term internationalization is used to refer to MSMEs moving their international operations abroad, while globalization will refer to the international connectivity of markets and the interdependence of national economies that strongly affect all MSMEs' activities. In addition, this author proposed that the global term should be reserved for those companies and phenomena that really deserve this label.

Internationalization also means a changing state. The growth of the firm provides a background for internationalization and, to some extent, the concepts of internationalization and growth are intertwined (Buckley *et al.*, 1993). However, some characteristics are unique to internationalization, or at least there are significant degrees of difference between growth at the domestic level and growth at the international level (Ruzzier *et al.*, 2006). Table 1 presents several authors, definitions and approaches to internationalization from an international business perspective.

Table 1. Authors, definitions and approaches to internationalization

INTERNACIONALIZATION			
AUTHOR(S)	YEAR	DEFINITION	APPROACH
Johanson <i>et al.</i>	1990	It is the cumulative process where relationships are continuously established, developed, kept and terminated in order to achieve the firm's objectives.	Process, Relationships
Johanson <i>et al.</i>	1993	It is the process of adapting the firm's operations (strategy, structure and resources, among others) to the international environments.	Process, Firm's operations
Welch <i>et al.</i>	1993	It is the outward firm's international operations.	Process, Firm's operations
Calof <i>et al.</i>	1995	It is the process of increasing the involvement in international operations.	Process, Firm's operations
Ahokangas	1998	It is the process of mobilizing, accumulating and developing the resources inventory for international activities.	Resources, Process
Lehtinen <i>et al.</i>	1999	It consists in developing the business relationships in other countries through extension, penetration and integration.	Relationships, Networks
Lehtinen <i>et al.</i>	1999	Its main interest is the relationships between the firm and its international environment. Its origin can be found in the development and process of use of cognitive and attitudinal disposition of the employees present in the process of development and use of different organizational activities, firstly to the interior of the firm, next to the exterior and in the cooperative operations.	Relations, Firm's operations, Processes, International environment
Villarreal	2005	Corporate strategy of growth by means of international geographic diversification, through an evolutionary and dynamic long term process that impacts gradually the different activities of the value chain and the firm's organizational structure, along with increasing commitment and implication of its resources and capabilities to the international environment and based on an increasing knowledge.	Process, Firm's operations, Resources, Networks, International environment
Silva	2017	<b>PROPOSED DEFINITION.</b> Internationalization is the result of the formulation and implementation of a entrepreneurial, intuitive and rational strategy oriented to take the firm's operation beyond its national frontiers in order to exploit the business opportunities that can be identified in the global or international environment, through the use of the systemic disposition and integration of its strengths (factors and competitive advantages), aimed at improving synergically the firm's tacit and explicit knowledge, to achieve the entrepreneurial objectives in establishing, when necessary, the collaborative relationships with other firms.	International environment, Firm's operations, Resources, Process, Relationships, Networks

Source: Adapted from Ruzzier *et al.*, 2006.

In their definition Lehtinen *et al.* (1999) try to summarize the fundamental characteristics of the internationalization process based on the results of Nordic research. Its definition also encompasses two concepts, occasionally employed in the context of internationalization, called international orientation and international commitment.

The international orientation refers to the general attitude of the firm towards internationalization, which represents an evaluative dimension. Reid (1981) defined it as a measure of the perceived difference between foreign markets and the domestic market given by the economic, cultural, political and strategic dimensions in the market. International commitment is basically related to the requirements of the chosen modes of operation and the size of international business. The latter seeks to position companies somewhere between the extremes of non-participation (domestic or domestic company) and full commitment (a firm with direct foreign or international investment).

Considering what was referred to by Villarreal (2005) regarding the positioning of the product, it should be added that Czinkota *et al.* (2008) and Stanton *et al.* (2007) coincide in establishing that positioning is the use that a company makes of all the elements available to create and maintain in the mind of the target market an image, perception, attitude, emotion and positive feeling in particular and in relation to competing products. An adequate positioning will be reflected in the number of units sold in foreign markets. When positioning a product, a company

wants to communicate the benefit, or benefits, that are the most desired in the target market. After identifying potential segments and choosing one or more as a target, the seller must decide what position it would like to achieve. To simplify the decision-making process, individuals formulate mental positions for products, brands, and organizations. Often these positions are based on a single attribute or limited experience because consumers are rarely willing to invest a lot of time and effort in their purchasing decision. Because product positioning is crucial to its evaluation, organizations go to great lengths to influence position formation.

According to Ahokangas (1998) a firm seeking internationalization can be seen as an entity mobilizing unique and interdependent resources that enable and contribute to the internationalization activities of the firm within its natural context. Therefore, this definition implies that internationalization is the process of mobilization, accumulation and development of the reserves of an inventory of resources for international activities, without taking into consideration the current international activities of the firm. The involvement of a company in international business could arise when it sells its products to foreign markets, acquires goods from abroad or begins to collaborate in some area with a foreign company. This implies that international operations can be divided into three categories: inward, outward, and cooperative operations, which demonstrates the holistic nature of the company's internationalization process (Korhonen, 1999).

The study of the internationalization of the firm can be approached from several theories, perspectives and/or approaches such as the theory of internationalization (which includes the gradual process perspective such as the Uppsala model (U model), the model related to innovation (I Model) and the network perspective), organizational learning, Dunning's eclectic paradigm (OLI paradigm), resource-based perspective, transaction cost theory, experiential learning, foreign direct investment theory (including theory of monopolistic advantage), social network theory, entrepreneurship, industrial economics, social cognition, international entrepreneurship (in the framework of new international firms), agency theory, resource dependency perspective, product life cycle model, contingency perspective, ethnic entrepreneurship, knowledge-based perspective, evolutionary economics, strategic entrepreneurship, neo-institutional theory, economic theory of entrepreneurship, economic geography, and attention-based perspective, among others. Despite the existence of so many approaches, it is difficult to predict which of the existing models can produce the best results to consolidate the internationalization of a particular company and, most likely, the effective process of internationalization of the firm results from a combination of several different models or a completely new process (Paunovic *et al.*, 2010).

Table 2 contains some of the most common approaches, perspectives and authors that support the internationalization of the firm.

Although internationalization is a multidimensional phenomenon, it is important to focus on the outward internationalization of MSMEs for the following reasons (Ruzzier *et al.*, 2006; Morgan *et al.*, 1997): More than inward operations, outward operations can, in the long run, increase the competitive advantage of a firm, organization, or country. At the firm level the benefits of outward internationalization may also be evident in the form of product and process innovation, better capacity utilization, skills development, and improved overall business performance. At the national level, outward internationalization produces several favorable results for productivity performance, labor market employment levels, foreign exchange accumulation, and related externalities, such as the well-being and prosperity of industrial society. The intensification of competition, integration, and liberalization seen in international markets have forced firms to view outbound internationalization activities as a key factor in their future growth, profitability, and even survival. Finally, it has been determined that of the outward internationalization process and related operations is more complex than that of inward internationalization.

While in the past MSMEs have been seen as passive victims, rather than active players, the evidence indicates that this view is no longer completely valid. Traditionally, MSMEs restrict their activities to the region where they are located or remain within their national borders (Pleitner, 1997). Nevertheless, today a large number of MSMEs are actively involved in one, two, or more regions of the world and are considered international players having successfully established activities beyond their national markets. Consequently, their role is increasingly crucial in contributing to the growth and economic development of their respective nations. This is reflected in the fact that several countries, particularly those suffering from balance of payments deficits, have tried to increase the international activities of their MSMEs in order to boost economic growth, reduce unemployment and create potential mini-multinational companies in the future.

Nordstrom *et al.* (2002) emphatically establish that any company that refuses to internationalize its operations has no chance of long-term survival in any modern economy, mainly because the international economy is exposed to a powerful globalization process and a rapid development of information technologies.

Andersen (1999) conceptualizes the company as an economic unit of production and decision that, through the organization and coordination of a series of factors (capital and work), seeks to obtain a benefit through the production and commercialization of goods or providing services in the market.

Table 2. Approaches, perspectives and authors that support the internationalization of the firm.

MAIN INTERNATIONALIZATION THEORIES			
APPROACH	PERSPECTIVE	IDENTIFIED CONTRIBUTION IN RESEARCH	AUTHOR(S)
INTERNATIONALIZATION ECONOMIC MODELS	Internalization theory	Creation of internal information transference processes in the firms and development of their own internal markets when transactions can be performed with a lower cost inside the company (Buckley <i>et al.</i> , 1976, 1993a).	Buckley <i>et al.</i> (1976, 1993); Buckley (1989); Hennart (1982, 1986); Teece (1986); Rugman (1981, 1986).
	Transaction costs theory	Structuring of the firm to generate and foster cooperation in order to reduce its transaction costs, elaboration of contracts and company's frontiers (Williamson, 1999).	Teece (1986); Gilroy (1993); Williamson (1975, 1996, 1999, 2008); Demsetz (1996); Coase (1937); Rumelt <i>et al.</i> , (1991); Trepexa (2011); Chahuaque (2009).
	Dunning's eclectic paradigm	Acquisition and development of generating factors of competitiveness and determination of the optimal location (Dunning, 1988).	Dunning (1979, 1980, 1981, 1988, 1995, 1997).
	Monopolistic advantage theory	Exploitation of the firm's competitive advantages that are not easily imitable by the competitors (Hymer, 1976; Caves, 1971; McDougall <i>et al.</i> , 1994).	Hymer (1976); McDougall <i>et al.</i> (1994); Caves (1971); Ohlin (1933); Kindleberger (1969).
INTERNACIONALIZACION FROM A PROCESS STAND POINT	Uppsala Model (U Model)	Creation of the internationalization process of the firm based on the scientific and empirical knowledge (increasing, adaptative, dynamic and evolutionary) in order to generate learning (Bloodgood <i>et al.</i> , 1996; Korhonen, 1999; Johanson <i>et al.</i> , 1977, 1990).	Johanson <i>et al.</i> (1977, 1990); Bloodgood <i>et al.</i> (1996); Korhonen (1999); Penrose (1959); Andersen (1993); Ahokangas (1998); Johanson <i>et al.</i> (1975); Wiedersheim-Paul <i>et al.</i> (1978).
	Innovation model (I Model)	Establishment of sequential stages of internationalization of the firm, where each next phase is considered to be an innovation to the company (Gankema <i>et al.</i> , 2000; Leonidou <i>et al.</i> , 1996).	Rogers (1962); Gankema <i>et al.</i> (2000); Leonidou <i>et al.</i> (1996); Bilkey <i>et al.</i> (1977); Cavusgil (1980); Reid (1981); Andersen (1993); Andersson (2000); Miesenbock (1988); Lee <i>et al.</i> (1978); Czinkota (1982).
	Network-based model	Generation, development, maintenance and network, personal and organizational contacts exploitation (Johanson <i>et al.</i> , 1993; McAuley, 1999).	Johanson <i>et al.</i> (1993); McAuley (1999); Johanson <i>et al.</i> (1977, 1990, 1993); Buckley <i>et al.</i> (1993); Andersen (1993); Davidsson <i>et al.</i> (2003); Hoang <i>et al.</i> (2003); Holmlund <i>et al.</i> (1998).
RESOURCES-BASED INTERNATIONALIZATION		Generation, development, maintenance and exploitation of sustainable, dynamic and adaptative competitive advantages (Barney, 1991; Peteraf, 1993; Wernerfelt, 1997; Mahoney <i>et al.</i> , 1992; Grant, 1991).	Andrews (1971); Chandler (1962); Foss <i>et al.</i> (1995); Montgomery <i>et al.</i> (1997); Barney (1991); Peteraf (1993); Wernerfelt (1997); Mahoney <i>et al.</i> (1997); Grant (1991); Foss <i>et al.</i> (1995).
INTERNATIONAL ENTREPRENEURIAL APPROACH TO INTERNATIONALIZATION		Recognition of the utmost importance of the entrepreneurs as the main variable in the MSMEs' internationalization (Miesenbock, 1988).	Vahlne <i>et al.</i> (1993); Reid (1981, 1983); Turnbull (1988); Andersson (2000); Miesenbock (1988); McDougall <i>et al.</i> (1994, 2000a, 2000b); Antoncic <i>et al.</i> (2000); Alvarez <i>et al.</i> (2001); Rangone (1999); Hitt <i>et al.</i> (2001); Schumpeter (1934); Alvarez <i>et al.</i> (2001); Barney <i>et al.</i> (2001); Barney (1991); Foss <i>et al.</i> (1995); Hitt <i>et al.</i> (2001); Kaarna (2010); Keupp <i>et al.</i> (2009); Langlois (1995); Melén <i>et al.</i> (2009); OECD (2000); Ruzzier <i>et al.</i> (2006); Shrader <i>et al.</i> (1997, 2000).

Source: Own elaboration.

From this definition, it can be deduced that among the main characteristics of the company are the following: it has human capital, financial, technological and technical resources to ensure its operation; carries out economic activities related to the production and/or generation of goods and services aimed at satisfying human needs; it combines factors of production through work processes, technical and social relations; plans its activities according to the objectives it intends to achieve; they constitute an important organizational unit that forms a strategic part of the economic and social environment of a country as an instrument that enhances its growth and economic development; and, in order to survive, it requires to develop competitive strategies that allow it to surpass its national or foreign competitors. According to the Secretaría de Economía (S.E.) (2017), and according to the agreement published on June 30, 2009 in the Official Gazette of the Federation, the Mexican company is classified, according to its size, in micro, small and median (see table 3).

In this regard, PROMEXICO (2017) points out that some of the characteristics of MSMEs in Mexico include: they constitute an important engine of development for the country; they have great flexibility, allowing them to expand or decrease the size of the plant, as well as change the necessary technical processes; Due to their dynamism, they have the possibility to grow and of becoming a large company; they absorb an important portion of the economically active population, due to their great capacity to generate jobs; they assimilate, and adapt, new technologies with



relative ease; They are established in various regions of the country and contribute to local and regional development through their multiplier effects.

On the other hand, they have an administration, in many cases influenced by the personal opinion of the business owners; sometimes profits are not reinvested to improve equipment and production techniques; it is difficult to hire specialized and trained personnel because they cannot pay competitive salaries; the quality of production may have some deficiencies, particularly if quality controls are minimal or do not exist; sometimes they cannot absorb the expenses of training the employees, but when they do, they face the problem of the trained personnel's departure; and, they experience some other problems derived from the lack of organization such as insufficient sales, competitive weakness, poor service, poor customer service, high prices or poor quality, excessive fixed assets, poor location, lack of inventory control, tax problems and lack of timely and/or adequate financing.

Table 3. Classification of Mexican companies

FIRM SIZE	ECONOMIC SECTOR	RANGE OF NUMBER OF EMPLOYEES	RANGE OF AMOUNT OF ANNUAL SALES (MDP*)	PERCENTAGE OF THE TOTAL EMPLOYMENT GENERATED	PERCENTAGE OF THE TOTAL CONTRIBUTION TO THE GDP**
Micro	Industry, commerce and services	Up to 10	Up to \$4	41%	48%
Small	Commerce	From 11 to 30	From \$4.01 to \$100	15%	14%
Small	Industry and services	From 11 to 50	From \$4.01 to \$100		
Medium	Commerce	Form 31 to 100	From \$100.01 to \$250	16%	15%
Medium	Services	From 51 to 100	From \$100.01 to \$250		
Medium	Industry	From 51 to 250	From \$100.01 to \$250		
Large	Industry, commerce and services	More than 250	More than \$250	28%	23%

Source:

*Secretaría de Economía (2014) through the Federation Official Journal- Agreement of June 30th 2009.*

In consequence, it can be deduced that MSMEs constitute an essential source of growth and dynamism, both for industrialized countries and for emerging economies (Laghzaoui, 2011). According to the OECD (2007), MSMEs represent between 95% and 99% of firms and also ensure between 60% and 70% of job creation. The case of Mexico is no exception, according to INEGI (Cited in PROMEXICO, 2017) in Mexico there are approximately 4 million 15 thousand business units, of which 99.8% are classified as MSMEs and generate 77% of GDP and 72% of employment in the country. MSMEs participate in economic activities as follows: 47% in services, 26% in commerce, 18% in the manufacturing industry and 9% in the rest of the activities.

PROMEXICO (2017), through the Secretaría de Economía (SE) and the Subsecretaría para la Pequeña y Mediana Empresa (SPYME), point out that MSMEs constitute the backbone of the national economy due to the trade agreements that Mexico has had in recent years and their high impact on the economy, job creation and national production. The S.E. (2017) establishes that MSMEs in Mexico could have a more important role in the generation of wealth in the country with the promotion of programs to reduce their weaknesses and reduce their mortality rate, since of the 200,000 companies that are created annually in Mexico, only 35,000 survive two years, while 25 percent have little chance of development and only 10 percent have any opportunity to develop in the formal economy.

Palomo (2005) establishes that MSMEs are extremely important for the Mexican economy and for the development of the country due to the number of jobs they generate and their contribution to the economic spillover, however,

there are a large number of problems that these companies face. Studies to identify the main problems faced by MSMEs may be categorized into two types of approaches: external and internal (see table 4).

Molina *et al.* (2011) point out that based on the importance of MSMEs, as a fundamental and indispensable link for the growth of Mexico, it is imperative to implement, foster and promote actions, tools and programs aimed at improving the economic environment and directly support MSMEs in order to create the conditions that contribute to its establishment, growth and consolidation, both inside and outside the nation (see table 5).

Table 4. Internal and external approaches used to identify the problems of mexican MSMEs

<b>PROBLEMS FOUND IN THE MSMEs</b>	<b>EXTERNAL APPROACH</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Industrial obsolescence</li> <li>• Lack of integration and association mechanisms</li> <li>• Lack of financial resources</li> <li>• Insufficient financing (competitive and proper access to credit)</li> <li>• Lack of purchasing power (provoked by the depreciation of the national currency)</li> <li>• Internal market contraction</li> <li>• Lack of raw materials</li> <li>• Fiscal policy that hinders development</li> <li>• Non competitive public services (in terms of quality, price and infrastructure)</li> <li>• Disloyal trade practices (form national and foreign competitors)</li> </ul>	
	<b>INTERNAL APPROACH</b>	<b>FIRM</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limited participation in foreign trade</li> <li>• Lack of formal structure and of proper organization</li> <li>• Deficient control and information systems</li> <li>• Lack of association or belonging to business networks</li> <li>• Lack of scientific management</li> <li>• Dissociation from the academic sector</li> <li>• <u>Problems in entrepreneurial management</u></li> </ul>
		<b>HUMAN RESOURCES</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lack of training for the employees</li> <li>• Lack of entrepreneurial attitude</li> <li>• Lack of scientific knowledge and experience</li> <li>• Excessive turnover</li> <li>• Lack of culture and safe practices in the workplace</li> <li>• <u>Non competitive salaries</u></li> </ul>
		<b>MARKETING</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wrong selection of the market niche</li> <li>• Problems in the positioning of the products</li> <li>• Lack of real knowledge of the competition</li> <li>• Absence or non applicability of an effective marketing plan</li> <li>• Ignorance and lack of applicability of effective marketing practices</li> <li>• <u>Deficiency in the commercialization of goods and services</u></li> </ul>
		<b>PRODUCTION</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• High operation costs</li> <li>• Lack of production planning</li> <li>• Little to none systematization of the production processes</li> <li>• Deficiency in the supplying systems</li> <li>• Inability to fill orders</li> <li>• Unsuitable distribution of work and installations</li> <li>• <u>Deficient productivity level and, therefore of competitiveness</u></li> </ul>
		<b>TECNOLOGICA L INNOVATION</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Technology obsolescence</li> <li>• Plant, equipment and managerial practices obsolescence</li> <li>• Lack of incentives oriented to generating technologic innovation</li> <li>• <u>Lack of an entrepreneurial culture fostering innovation an technologic development</u></li> </ul>
		<b>ACCOUNTING</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lack of trustworthy accounting records</li> <li>• Unsuitable or nonexistent determination of the operation costs</li> <li>• <u>Deficient pricing of goods and/or services</u></li> </ul>
		<b>FINANCES</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lack of financial liquidity and insufficient capital</li> <li>• Lack of financial records</li> <li>• Lack of access to suitable credits for the firm</li> </ul>
		<b>TAXES</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ignorance concerning tax obligations</li> <li>• Failure to fulfill tax obligations</li> <li>• <u>Failure to profit from tax incentives</u></li> </ul>

Source: Elaborated by the authors according to Jurado *et al.*, 1997; Kauffman, 2001; Sánchez, 2003; and, Palomo, 2005.

Table 5. Problems of mexican MSMEs and their consequences

INTERNAL	EXTERNAL
Lack thereof: - Entrepreneurial attitude; - Trained human capital; - Experience, knowledge; - Financing, Capital, Liquidity; - Information and control systems; - Organizational; - Organizational niche correct identification; and, - Corporate strategies.	Elevated: - Globalization; - Acculturation; - Bureaucracy; - Competition (loyal and disloyal); - Inflation; - Technological change acceleration; - Economic incertitude; and, - Organizational practices dynamism.
<b>CONSEQUENCES</b>	
Resulting in: - Deficient organizational management; - Bad quality of the offered product or service; - Insufficient selling; - High prices; - Excessive investments in fix actives; - High operation costs; - Inefficiency and low productivity; - Low growth, little innovation; - Low expectative of permanence; - Little to none diversification, low positioning and low presence in international markets; and, - Organizational failure.	Resulting in: - Low competitiveness; - Entry of foreign competitors; - Preference for foreign products; - Dependence on international suppliers and prices for acquiring inputs and raw materials; - Organizational obsolescence; - Clients and income loss; - Slow and inadequate response capability; - Swift changes in the needs, preferences and desires of the clients; and, - Organizational failure.

Source: Elaborated by the authors according to Jurado et al., 1997; Kauffman, 2001; Sánchez, 2003; and, Palomo, 2005.

In the demanding economic environment in which companies operate in the 21st century, they, and in particular the MSMEs, must design strategies that allow them not only to compete successfully in the local market, but also to successfully face their incursion into geographical spaces beyond of their national borders (Ferrer, 2010). Contemporary globalization processes have a strong influence on the business philosophy of MSMEs. Some companies find in this situation a new opportunity to expand and grow and, due to this, they do not present adjustment problems and are in a position to become internationally competitive companies (Paunovic et al., 2010).

Increasing economic codependency means more competition for most businesses, creating major new challenges and threats. The speed of these changes forces participants to think globally and act quickly. In such a context, no firm should base its business strategy only considering its domestic market, since that would expose it to disappear or to be absorbed by a firm that has more resources.

Current international conditions demand that companies develop dynamic capabilities to compete in current and future markets. This unprecedented phenomenon brings with it a new conceptualization of international economic relations where companies and businessmen-managers-workers (their learning capacity, their individual and collective knowledge and skills) constitute, in essence, the source of the competitive advantage of regions and nations (Galán et al., 2000).

Rumelt (1991) pioneered the research approach referring to the theory of resources and capabilities, which has a strong influence on the several authors who support the competitive advantages of MSMEs based on the proper acquisition and management of tangible and intangibles resources of the firm.

## CONCLUSIONS

During the last four decades, studies on the internationalization of MSMEs have intensified to the point of forming a dynamic field of study that is increasingly disaggregated from that corresponding to that of large companies (Laghzaoui, 2011).

The studies that have tried to explain and describe how and why MSMEs internationalize frequently amalgamate different theoretical approaches, which have not been able to contribute to the creation of a general framework that allows the integration of all these contributions given the insufficient explanatory capacity each of them.

It can be appreciated in the process of the MSMEs internationalization, highlighted by its multiple idiosyncratic nature, which cannot be correctly explained only from a theoretical point of view, mainly due to the gap between the various theories and perspectives formulated. The study of the internationalization of the firm can be approached and based on several theories, perspectives and/or approaches. However, it is difficult to predict which of the existing models can generate the best results to consolidate the internationalization of a particular company and, most likely, the effective process of internationalization of the firm results from a combination of several different models or from a completely new process (Paunovic *et al.*, 2010). Therefore, the systemic-holistic conjunction of various approaches to the internationalization of firms is required to generate a relatively complete set of theoretical-empirical nature, of the strategic elements that actively and strategically participate, in promoting the internationalization of MSMEs through the generation of explanatory-normative studies.

The barriers to international business in some cases have disappeared and in others, slowly but surely, they are being eliminated or their forms are being modified. As a result, there will be no second chances for companies that are not prepared to deal effectively with this situation, since the new international environment has also generated new opportunities for companies in foreign markets. Mexican MSMEs are facing increased uncertainty imposed by the new market challenges and are facing a situation that generates an interesting dilemma: adjust to the new ways of doing business or disappear from the market. The new circumstances have led many companies to consider international expansion as a central component of their strategy because globalization also poses new challenges for organizations that are committed to developing their business activity internationally given the growing presence of foreign companies in local markets.

Molina *et al.* (2011) point out that the Mexican economy has undergone, in recent years, through intense adjustment processes and deep structural changes due to the fact that the applied economic model pursues a growing insertion in international markets through the opening of the economy, the liberalization of markets and less and less government intervention in productive activities. All this has had its impact on companies oriented to the domestic market, particularly MSMEs, due to the drop in domestic demand, the high level of competitiveness of imports and the overvaluation of the exchange rate. Ferrer (2010) highlights the fact that in the international economic environment the company has a fundamental role to the extent that it is the manager and diffuser of globalization, but at the same time it generates risks and threats to its existence.

Business internationalization is a necessary process for firms that consider it in their business strategy. The sooner you start, the faster you will contribute to the long-term growth and development of the firm. Only companies that run their operations according to international standards will survive (Paunovic *et al.*, 2010). In the current international economic order, the performance of the company depends a lot on its size, because while for large companies globalization generates multiple opportunities for action in foreign markets, for MSMEs globalization poses challenges since, sooner or later, they will be faced with the presence of foreign companies that generally imply greater competition in prices and in the quality of their products (Ferrer, 2010).

The MSMEs that limit their operations to their national market see their possibilities of both sustainability and growth greatly diminished, and for this reason they are increasingly forced to venture into international markets. In essence, globalization forces MSMEs to internationalize, which implies that their space of action is no longer only local, but that it expands beyond national borders. Succeeding in a global environment means being able to face the challenges that constant changes imply and identify the key factors of the business, making risky decisions that produce results that are often unpredictable, having a vision and the ability to transmit it to others involved, choose an optimal strategy and motivate employees by putting the set objectives into practice (Paunovic *et al.*, 2010).

The internationalization of business is becoming an important requirement for the future existence, growth and development of the company. The advantages of internationalization, both for companies and for their country of origin, are numerous. It is precisely for this reason that Mexican businessmen should not act passively, or be mere spectators of the phenomenon, but, on the contrary, should become active participants, especially when it comes to identifying, taking advantage of, or creating favorable business conditions beyond national borders. Often, organizational managers are faced with innumerable situations, characterized by complexity, and that is why existing scientific and empirical knowledge in the area of internationalization can be useful when making the right decisions, minimizing the risks, inherent risks of operating in the international arena.

Given that a large number of Mexican MSMEs limit their current operations to the domestic market, they have great potential for growth through the international projection of their operations. In addition, the changing business environment, together with the advancement of new information technology, telecommunications and the liberalization of world trade, create new opportunities and incentives for smaller companies to internationalize.

The internationalization of companies is an extremely complex and costly process due to the uncertainty and unpredictability of market conditions and that can even harm the company that undertakes it without previously carrying out a serious and rigorous strategic analysis; and, generally, it cannot be achieved overnight and, for this, entrepreneurs must have the proper knowledge, plan it systematically and have sufficient financial means.

It should be added that there is no universal model applicable to all companies to achieve successful internationalization. When the maturity and experience of the entrepreneurs who manage Mexican MSMEs are taken into account, the question necessarily arises as to whether they are capable of operating in international markets. When MSMEs decide to participate in international activities, regardless of their nature and the objective they pursue, they must follow some pattern of activities that is coherent, consistent and logical over time. This pattern can be called the firm's internationalization development strategy (Ahokangas, 1998).

## **RECOMMENDATIONS**

Carrying out the internationalization of MSMEs can be an expensive, time-consuming and strenuous process, especially considering that such firms generally have limited financial resources. Therefore, it is important that managers make the right decisions, particularly those related to when and how to enter foreign markets. For so doing and considering that scientific research has as its ultimate goal the rigorous application of the scientific method to identify and propose viable solutions to clearly identified problems in a specific time and place that tend to solve, among many, a human need. The systematic collection of data allows its consequent analysis, interpretation and presentation in order to contribute to the development of knowledge in a particular field of human knowledge, through the construction of coherent propositions aimed at alleviating the needs of people in a particular moment and place. It should be taken into consideration that the lack of design in the operation of the firms is becoming incompatible with the changes in the environment. The increasingly competitive nature of the markets, the geographical expansion of companies and the greater demands on the part of consumers make it necessary to design organizational operations in such a way that both their processes and their results are homogeneous and predictable.

All companies, both the producers of goods and the providers of services, are value generators because they satisfy customer needs as well as directly or indirectly contributing to the improvement of the existing economic and social situation in the areas where they operate. The design of the operations of the organizations helps to ensure that the social organism offers, in a consistent way, what its clients require, and also to minimize the expense in activities that do not add value. To achieve this, it must be ensured that the organizational operation produces satisfied customers as well. Therefore, it is necessary to know what they expect. Consequently, business activity is not punctual, but a permanent evolution in which the firm updates its offer based on changing consumer expectations. Research arises from the individual and collective needs of people. They are the ones that matter, it is their needs that must be addressed with the objective of improving their current condition. This implies, implicitly, a social responsibility with profound repercussions that affects in one way or another the entire social conglomerate, which forces the proper use of technical standards that allow demonstrating that the decisions that the firm intends to make are the optimal ones. The business internationalization process must answer the questions: Why does a company internationalize? As it does? And where do you locate your activities abroad? It is a question to find out: a) which are the factors that have the greatest incidence and influence in the decision of internationalization; b) what variables determine the way to carry it out; and, c) what are the strategic factors that condition the choice of a certain place to carry out international activities (Galán *et. al.*, 2000).

Anderson *et al.* (2001) identify three main challenges for the internationalization of MSMEs. First, the firm must assess if, when and how to operate in the foreign market or markets. Next, the company must design long-term planning processes and business systems to deal with decisions made in accordance with internationalization activities. Finally, the organization that is going international must also carefully address regulatory issues and those related to the security of payments. In addition, they emphasize that the first major challenge usually occurs in the initial phase of internationalization, generally called the pre-internationalization stage. It is at this stage when managers must make decisions regarding internationalization or not, when and how to do it. Because managers are generally not fully aware of the different internationalization methods available, their decisions, and the potential long-term implications, are often ambiguous and unclear.

MSMEs involved in international business who want to succeed must overcome obstacles related to entry points and methods, transportation and logistics difficulties, tariffs, entry barriers to foreign countries, language problems, payment issues, exchange rates, among others.

The relevant factors, both of the organization and of internationalization, must be identified and clarified on the scientific basis through a clear, objective, consistent, exemplary and homogenizing analysis of the activity, adjusting it to the current and future needs of individuals who express the interest in expanding their business internationally. This requires basing the investigative action on bibliographic material that systemically integrates conceptual and methodological tools, for so doing as well as to have an empowering scope of positively impacting Mexico in social, economic and technological terms. Thus, nowadays organizations of all kind must identify, develop and maintain competitive advantages that allow them to position themselves efficiently and adequately in a highly competitive market, characterized by the dynamism of its external environment. Because of this, it is imperative to identify strategies, based on the scientific method, to this end.

Anderson *et al.* (2001) study the challenges of the internationalization of MSMEs from the manager's perspective, which is why they place particular emphasis on the permanent need for managers to constantly learn in the progressive process of internationalization, especially in terms of providing support services, advice and interaction through personal and business networks. Therefore, managers of MSMEs need to develop two types of learning in order to favorably face the challenges that the internationalization of the firm implies.

The first is adaptive learning that enables those involved with small businesses to consolidate market positions and customer relationships by developing cultural appreciation and empathy. The second is generative learning that focuses on redesigning the dominant logic, or underlying paradigm, by which a business operates. This is achieved through a process of management and organizational learning, considered essential for the firm to be in a position to establish itself as a genuinely international company instead of merely being a national firm that also exports.

Existing research has focused on the internationalization of MSMEs mainly from the point of view of the company's international activities or operations through product, operation and market analysis (Luostarinen, 1979) or through network analysis (Johanson *et al.*, 1993). There is a tendency of research in small companies to identify their internationalization process as evolutionary (Luostarinen, 1979; Johanson *et al.*, 1975) through which companies are increasingly committed to and within small companies' international activities, but that at some given moment can reverse the process and result in de-internationalization (Calof *et al.*, 1995).

Before a company decides to start its internationalization, someone or something, whether from inside or outside the firm, must catalyze the process strategy. It generally happens that the intention to internationalize the operations of a company is influenced by internal and/or external opportunities, which can operate jointly or separately. These opportunities will be considered incentives only if the company has the resources required to take advantage of them. There are a large number of reasons why a firm would be interested in internationalizing its operations, however, two basic reasons for doing so are recognized: proactive and reactive. In the proactive perspective, it is recognized that the firm is influenced internally to carry out its internationalization. It may be the interest of exploiting unique ideas and/or skills, or taking advantage of the opportunities present in foreign markets, for example. From this perspective, the management team is characterized by desire, unity, enthusiasm, commitment to the market and the motivation to materialize the internationalization of the company since it knows the local and international markets.

The reactive reasons for internationalization, on the other hand, explain that companies can act passively in the face of competition from local and/or foreign markets and, when the time comes, respond to both internal and external pressure. From this perspective, the firm that decides to internationalize its operations usually does so as a desperate strategy to ensure its existence.

Daniels *et al.* (2013) argue that if firms decide to internationalize their operations, they usually do so for one of the following reasons: increased sales, acquisition of resources, diversification of their sources of sales and supplies, and reduction of the competitive risk. Lopez *et al.* (1996) more specifically determine a set of factors that foster a process of international expansion and can come from both, the interior and the external environment of the firm (see table 6).

Table 6. Factors that trigger the international expansion of the firm

FACTORS THAT ARE PRESENT INSIDE THE FIRM		INHERENT FACTORS OF THE INDUSTRIAL SECTOR		FACTORS THAT ARE PRESENT IN THE ECONOMIC ENVIRONMENT
OPERATIVE	STRATEGIC	DEMAND	SUPPLY	
Raw material supply	Survival of the firm	Preferences homogenization	Efficient and minimal size	Communication technologies development
Goods and equipment supply and maintenance	Sustainable growth	Technical standards unification	Labor market conditions	Transport costs reduction
Technology availability and use	Keeping and increasing profitability	...	Governmental incentives	Exchange rate stability
Production surplus distribution	...	...	Financial conditions	Elimination of the barriers to international trade and consolidation of free trade zones

Source: López *et al.*, 1996.

Selecting the most appropriate way to enter foreign markets is essential to carry out a successful internationalization process. This decision must be made taking into account some determining factors of the destination country, such as the characteristics of the market, its legislation, its purchasing patterns, its culture, the competition in the specific sector in which the company operates, the state of its economic development, among many other aspects that make the decision be made strategically and not improvised (Calle *et al.*, 2005).

There are five stages of development of companies in international markets (see table 7), each of them with its own characteristics in terms of the resources or investments required, the necessary degree of knowledge of the destination market and the associated political risk, among others. It should be added that the process of international expansion of a company does not necessarily mean going through all the mentioned stages; however, each of them prepares and facilitates access to the next phase. Consequently, the foreseeable evolution of the process of penetration in international markets begins with exports and ends with direct investment (López *et al.*, 1996).

Table 7. Stages of development of firms in international markets

INTERNATIONAL DEVELOPMENT STAGES	ENTRY MODALITIES IN THE EXTERIOR
1. Commercial stage	1.1 Export
2. Contract stage	2.1 Licensing 2.2 Key in hand agreement, Brownfield strategy and Greenfield strategy 2.3 Outsourcing 2.4 Franchise 2.5 Management contract
3. Participative stage	3.1 Joint Venture 3.2 Consortium
4. Integrated stage	4.1 Supervised subsidiary
5. Independent stage	5.1 Independent branch

Source: López *et al.*, 1996.

Daniels *et al.* (2013) point out that firms can reduce the risks of the disadvantage of being foreigners by implementing the following strategies: 1) go first to countries that have similar characteristics to those of their countries of origin; 2) to have experienced that intermediaries manage their operations for them; 3) having operations in formats that require committing fewer resources abroad; and, 4) to carry out an initial posting to one or a few foreign countries, rather than many.

Due to the potential disadvantage that being foreign represents for a firm, companies favor operations in areas similar to those of their countries of origin. However, there are alternative means of risk-minimizing expansion patterns (see figure 1) that can be pursued to achieve internationalization (Daniels *et al.*, 2013).

The A axis (expansion from passive to active) shows that firms tend to move gradually from a purely domestic focus to one that first encompasses operations in similar countries and then in countries very different from their own. Most companies start by passively responding to the opportunities that come their way. As it advances in the internationalization process, it will actively have to seek new opportunities. It often happens that the alternative to fast movement along the A axis, even jumping the intermediate step, results in slow movement along the B axis.

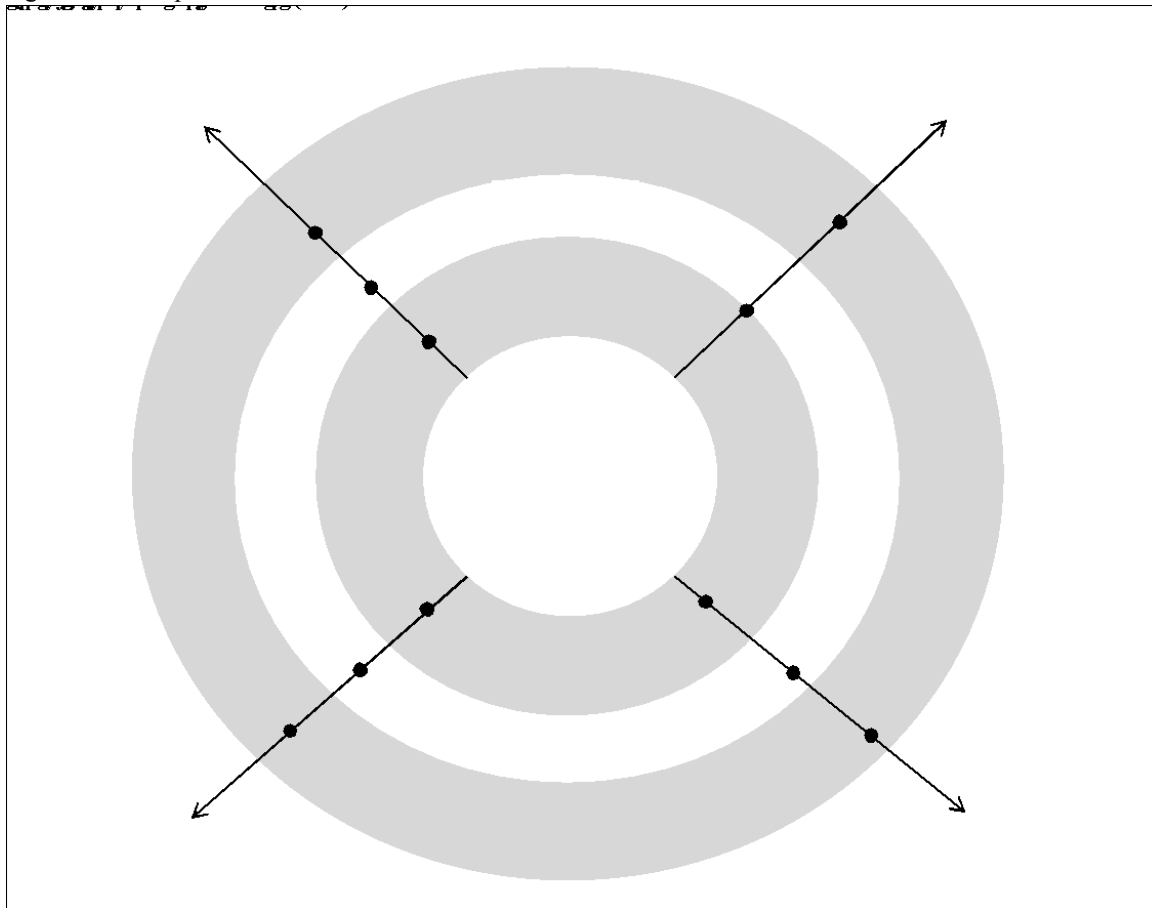
The B axis (external to internal management of operations) shows that a firm can use intermediaries to manage foreign operations during the early phases of international expansion, because this minimizes the resources it risks and its disadvantage of being foreign. The use of intermediaries to handle operations abroad is common during the early stages of international expansion, since this method can reduce risk to a minimum. As progress is made, the same company begins to manage its own operations abroad.

Axis C (deepening the modality of the commitment) shows that importing or exporting is generally the first international mode that a company assumes. At an early stage of international involvement, importing or exporting requires placing few company resources abroad. In fact, it may involve investing some additional resources if the company can use its excess production capacity to make more goods, which it would then export. Thus, moving along the C axis is an appropriate means of minimizing the risk of the disadvantage of being a foreigner due to the foregoing of functions such as the management of foreign labor for production. Later, the company could, in addition to exporting, make an even greater commitment through foreign direct investment (FDI) to produce abroad and, consequently, its contribution of capital, labor and technology would be the highest for these companies' operations.



The D axis (geographic diversification) shows that companies can move internationally one country at a time, thus not having to be overwhelmed by learning from many countries at once. However, on some occasions special situations may arise that can stimulate a competitive drive to move to several countries almost simultaneously.

Figure 1. Usual pattern of internationalization



Source: Daniels *et al.*, 2013.

Figure 1 shows that, the further a company moves from the center towards any axis (A, B, C or D), the deeper its international commitment becomes.

However, a firm does not necessarily move at the same rate along each axis. In fact, some of the links might be skipped. Slow movement along one axis can, for instance, free up resources that allow for faster expansion along another axis.

There are four basic alternatives to address international markets as far as the product is concerned (Aguirre, 1996): 1. Marketing the product, as it was conceived in its country of origin, in the international market (standardization); 2. Modifying products for different countries or regions (adaptation/localization); 3. Designing new products for foreign markets; and, 4 Incorporating all differences into a product design and introducing a 'global product'.

Companies can identify potential target markets and then choose products that can easily be marketed there with little or no modification (globalization). Avella *et al.* (1995) establish generic business strategies to enter international markets. These are raised by determining the analysis of two aspects: the product and the markets to which it is directed. According to them, four types of strategies are distinguished: global, regional, international and multilocal (see table 8).

Table 8. Generic internationalization strategies.

CHARACTERISTICS	GLOBAL STRATEGY	REGIONAL STRATEGY	INTERNATIONAL STRATEGY	MULTILOCAL STRATEGY
Kinds of products	Universal or worldwide	Universal in the region	Modified (core product)	Locally adapted
Product life cycle	Global: all consumers want the most advanced product		In each country the product is different stages of its life cycle	
Competition modalities	Interdependent among countries		Intermediate situation	Independent in each country
International competition	Obligatory		Discretionary	
Production system	Rigid Reduced range of products Massive market for the end product Specialized equipment High investment in fixed capital Objective: highest efficiency		Flexible Wide range of products Reduced market for the end product General-use equipment Low investment in fixed capital Objective: highest quality, innovation, flexibility and reduced delivery times	
Plant location	International plant location specialized in different activities	Regional plant location specialized in different activities	Not consolidated	Each plant makes an end product for the national market
Market segmentation	World segments for the end product	Regional segments for the end product	Small segments for the end product	National or local segments for the end product

Source: Avella et al., 1995.

#### BIBLIOGRAPHY

- Acs, Z., Morck, R., & Yeung, B. (2001). Entrepreneurship, globalization, and public policy. *Journal of International Management*, 7, 235-251.
- Aguirre, S. (1996). La política del producto en la estrategia de marketing internacional. *Revista Alta Dirección*, 190, 41-52.
- Ahokangas, P. (1998). Internationalization and resources: an analysis of processes in Nordic SMSs, Doctoral Dissertation, Universitas Wasaensis, Vaasa.
- Alvarez, S., & Busenitz, L. (2001). The entrepreneurship of resource-based theory, *Journal of Management*, 27(6), 755-775.
- Andersen, A. (1999). *Diccionario de Economía y Negocios*. Editorial ESPASA, España.
- Andersen, O. (1993). On the Internationalization of the firm: a critical analysis, *Journal of International Business Studies*, 24(2), 209-31.

- Anderson, V., Boocock, G. & Graham, S. (2001). An investigation into the learning needs of managers in internationalising small and medium-sized enterprises, *Journal of Small Business and Enterprise Development*, 8(3), 215-233.
- Andersson, S. (2000). The internationalization of the firm from an entrepreneurial perspective, *International Studies of Management & Organization*, 30(1), 63-93.
- Andrews, K. (1971). *The concept of corporate strategy*, Dow Jones-Irwin, Richard D. Irwin Inc, Homewood IL.
- Antonicic, B., & Hisrich, R. (2000). An integrative conceptual model, *Global Marketing Co-operation and Networks*, International Business Press, New York, NY, 17-35.
- Avella, L. & López, C. (1995). Alternativas estratégicas para la internacionalización de un negocio. *Revista Alta Dirección*. 30(183), 49-58.
- Barney, J. (1991). Firm resources and sustained competitive advantage, *Journal of Management*, 17, 99-120.
- Barney, J., Wright, M., & Ketchen, D. (2001). The resource-based view of the firm: ten years after 1991, *Journal of Management*, 27(6), 625-641.
- Bilkey, W., & Tesar, G. (1977). The export behaviour of smaller-sized Wisconsin manufacturing firms, *Journal of International Business Studies*, 8(1), 93-98.
- Bloodgood, J., Sapienza, H., & Almeida, J. (1996). The internationalization of new high-potential u.s. ventures: antecedents and outcomes, *Entrepreneurship: Theory and Practice*, 20(4), 61-76.
- Buckley, P. & Casson, M. (1976). *The future of the multinational enterprise*. London: Macmillan.
- Buckley, P. (1989). Foreign direct investments by small- and medium-sized enterprises: the theoretical background. *Small Business Economics* 1:2, 89-100.
- Buckley, P., & Ghauri, P. (1993). Introduction and overview, en Buckley, P. J. & Ghauri, P. N. (Eds), *The Internationalization of the Firm: A Reader*, Academic Press, London, 9-21.
- Calle, A., & Tamayo, V. (2005). Estrategia e internacionalización en las pymes: caso Antioquia. *Cuadernos de Administración*, 18(30), 137-164.
- Calof, J., & Beamish, P. (1995). Adapting to foreign markets: explaining internationalization”, *International Business Review*, 4(2), 115-31.
- Caves, R. (1971). Industrial corporations: the industrial economics of foreign investment. *Económica*, 38, 1-27.
- Cavusgil, T. (1980). On the internationalization process of the firm, *European Research*, 8(6), 273-281.
- Chaihuaque, B. (2009). El enfoque transaccional en los límites de la empresa, *Contabilidad y Negocios*, 4(8), 33-41.
- Chandler, A. (1962). *Strategy and structure: Chapters in the history of the American Industrial Enterprise*, MIT Press, Cambridge.
- Coase, R. (1937). The nature of the firm, *Economica*, 4, 386–405. Reprinted in O. E. Williamson and S. Winter (eds) (1991). *The nature of the firm: origins, evolution, development*, New York: Oxford University Press, 18–33. Coase, R. (1937). The nature of the firm, *Economica*, 4, 386–405. Reprinted in O. E. Williamson and S. Winter (eds) (1991). *The nature of the firm: origins, evolution, development*, New York: Oxford University Press, 18–33.
- Czinkota, M., & Ronkainen, I. (2008). *Marketing internacional*, 8va. Ed. Cengage Learning Editores, 335-336.
- Czinkota, N. (1982). *Export development strategies: us promotion policies*. New York: Praeger Publishers.
- Daniels, J., Radebaugh, L., & Sullivan D. (2013). *Negocios Internacionales*. 14a. ed. México, Pearson.
- Davidsson, P., & Honig, B. (2003). The role of human capital among nascent entrepreneurs, *Journal of Business Venturing*, 18(3), 301-331.
- Demsetz, H. (1996). *Una revisión a la teoría de la empresa: la naturaleza de la empresa. Orígenes, evolución y desarrollo*. Fondo de Cultura Económica, México, D.F., 220-247.
- Dunning, J. (1979). Explaining changing patterns of international production: in defence of the eclectic theory, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 41(4), 269-295.
- Dunning, J. (1980). Toward an eclectic theory of international production: some empirical tests, *Journal of International Business Studies*, 11, 9-30.
- Dunning, J. (1981). *International Production and the Multinational Enterprise*. Alien & Urwin, Londres.
- Dunning, J. (1988). The eclectic paradigm of international production: a restatement and some possible extension, *Journal of International Business Studies*. 19(1), 1-31.
- Dunning, J. (1995). Re-appraising the eclectic paradigm in an age of a uiance capitalism, *Journal of International Business Studies*, 26(3), 461-491.
- Dunning, J. (1997). *Alliance Capitalism and Global Business*. London and New York: Routledge.
- Ferrer, H. (2010). La Internacionalización de la pequeña y mediana empresa (pyme): una mirada a los enfoques teóricos, *Perfiles Libertadores*, (6).

- Foss, N., & Eriksen, B. (1995). *Competitive advantage and industry capabilities*, in Montgomery, C.A. (Ed.), *Resource-based and evolutionary theories of the firm: toward a synthesis*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 43-69.
- Galán J., Galende J., & González J. (2000). Factores determinantes del proceso de internacionalización: el caso de castilla y león comparado con la evidencia española, *Revista Economía Industrial*, (333), 33-48.
- Gankema, H., Snuif, H., & Zwart, P. (2000). The internationalization process of small and medium-sized enterprises: an evaluation of stage theory, *Journal of Small Business Management*, 38(4), 15-27.
- Gilroy, B.M. (1993), *Networking in Multinational Enterprises: The Importance of Strategic Alliances*, University of South Carolina Press, Columbia, SC.
- Gjellerup, P. (2000). Sme support services in the face of globalisation, concerted action seminar, opening address, *Conference Proceedings, Danish Agency for Trade and Industry, Copenhagen*, 16-28.
- Grant, R. (1991). A resource-based theory of competitive advantage: implications for strategy formulation, *California Management Review*, 33(3), 114-35.
- Hennart, J. (1982). *A Theory of the Multinational Enterprises*. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Hennart, J. (1986). "What Is Internalization?," *Weltwirtschaftliches Archiv*, 122, 791-804.
- Hitt, M., Ireland, R., Camp, S., & Sexton, L. (2001). Guest editors' introduction to the special issue strategic entrepreneurship: entrepreneurial strategies for wealth creation, *Strategic Management Journal*, 22(6-7), 479-491.
- Hoang, H., & Antoncic, B. (2003). Network-based research in entrepreneurship: a critical review, *Journal of Business Venturing*, 18(2), 165-187.
- Holmlund, M., & Kock, S. (1998). Relationships and the internationalisation of the finnish small and medium-sized companies, *International Small Business Journal*, 16(4), 46-64.
- Hymers, S. (1976). *The international operations of national firms: a study of direct foreign investment*, Ph. Dissertation, MIT Press, Cambridge University.
- Jennings, P., & Beaver, G. (1997). The performance and competitive advantage of small firms: a management perspective, *International Small Business Journal*, 15(2), 63-75.
- Johanson, J., & Vahlne, J. (1977). The internationalization process of the firm - a model of knowledge development and increasing foreign market commitment, *Journal of International Business Studies*, 8, 23-32.
- Johanson, J., & Vahlne, J. (1990). The mechanism of internationalization, *International Marketing Review*, 7(4), 11-24.
- Johanson, J., & Vahlne, J. (1993). Management of internationalization, in Zan, L., Zambon, S.; & Pettigrew, A. (Eds.), *Perspective on Strategic Change*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 42-78.
- Johanson, J., & Wiedersheim-Paul, F. (1975). The Internationalization of the firm: four swedish cases, *Journal of Management Studies*, 12(3), 305-23.
- Kaarna, K. (2010). Understanding accelerated internationalisation: integrating theories for analyzing internationalisation paths, *Economics and Management*, 15.
- Keupp, M., & Gassmann, O. (2009). The past and the future of international entrepreneurship: A review and suggestions for developing the field. *Journal of Management*, 35(3), 600-633.
- Kindleberger, C. (1969). *American Business Abroad*, Yale University Press, New Haven.
- Korhonen, H. (1999). Inward-outward internationalization of small and medium enterprises, Doctoral Dissertation, Helsinki School of Economics and Business Administration, Helsinki.
- Laghzaoui, S. (2011). SMEs' internationalization: an analysis with the concept of resources and competencies, *Journal of Innovation Economics & Management* 1(7), 181-196.
- Langlois, R. (1995). Capabilities and coherence in firms and markets, *Resource-Based and Evolutionary Theories of the Firm: Toward a Synthesis*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 71-100.
- Lee, W. & Brasch, J. (1978). The adoption of export as an innovative strategy, *Journal of International Business Strategy*, 9(1), 85-93.
- Lehtinen, U., & Penttinen, H. (1999). Definition of the internationalization of the firm, *Perspectives on Internationalization*, Helsinki School of Economics and Business Administration, Helsinki, 3-19.
- Leonidou, L., & Katsikeas, C. (1996). The export development process: an integrative review of empirical models, *Journal of International Business Studies*, 27(3), 517-551.
- López, C. & Ruiz, A. (1996). Alternativas de penetración de los mercados exteriores: aplicación al caso de la República de Cuba. *Revista Alta Dirección*, 190, 91-108.
- Luostarinen, R. (1979). *Internationalization of the firm: an empirical study of the internationalization of the firms with small and open domestic markets with special emphasis on lateral rigidity as a behavioural characteristic in strategic decision making*, Doctoral Dissertation, The Helsinki School of Economics, Helsinki.

- Madsen, T., & Servais, P. (1997). The internationalization of born globals: an evolutionary process? , *International Business Review*, 6(6), 551-81.
- Mahoney, J. & Pandian, J. (1997). The resource-based view within the conversation of strategic management, in Foss, N.J. (Ed.), *Resources, Firms and Strategies: A Reader in the Resource-Based Perspective*, Oxford University Press, Oxford, 204-31.
- McDougall, P., & Oviatt, B. (2000a). International entrepreneurship: the intersection of two research paths, *Academy of Management Journal*, 43(5), 902-906.
- McDougall, P., & Oviatt, B. (2000b). International entrepreneurship literature in the 1990s and directions for future research, *Entrepreneurship 2000*, Upstart Publishing, Chicago, IL, 291-320.
- McDougall, P., Shane, S., & Oviatt, B. (1994). Explaining the formation of international new ventures: the limits of theories from international business research, *Journal of Business Venturing*, 9, 469-87.
- Melén, S., & Nordman, E. (2009). The internationalisation modes of born globals: a longitudinal study. *European Management Journal*, 27(4), 243-254.
- Miesenbock, K. (1988). Small business and exporting: a literature review, *International Small Business Journal*, 6(2), 42-61.
- Molina, V., Armenteros, M., Medina, M., Barquero, J., & Espinoza, F. (2011). Reflexión sobre la sobrevivencia de las pyme en el estado de Coahuila, México, *Revista Internacional de Administración & Finanzas*, 1(4), 47-67.
- Montgomery, C., & Wernerfelt, B. (1997). Diversification, Ricardian rents and Tobin's q, in Foss, N.J. (Ed.), *Resources, firms and strategies: a reader in the resource-based perspective*, Oxford University Press, Oxford, 173-86.
- Morgan, R., & Katsikeas, C. (1997). Obstacles to export initiation and expansion, *International Journal of Management Science*, 25(6), 677-690.
- Nordstrom, K., & Ridderstrale, J. (2002). *Funky business: Talent makes capital dance*. Pearson Education.
- OCDE. (2007). *Removing barriers to sme access to international markets*, Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) Publishing.
- OECD. (2000). *OECD small and medium enterprise outlook*, Head of Publications Service, Paris.
- Ohlin, B. (1933). International and interregional trade. *Harvard Economic Studies*, Cambridge, MA.
- Palomo, M. (2005). Los Procesos de Gestión y la Problemática de las PYMES, *Ingenierías*, 3(28), 25-31.
- Paunovic, Z., & Prebezac, D. (2010). Internationalization of small and medium-sized enterprises, *Trziste*, 22(1), 57-76.
- Penrose, E. (1959). *The Theory of the Growth of the Firm*. Oxford University Press, Oxford.
- Peteraf, M. (1993). The cornerstones of competitive advantage: a resource-based view, *Strategic Management Journal*, 14, 179-191.
- Pleitner, J. (1997). Globalization and entrepreneurship: entrepreneurs facing the ultimate challenge, *Journal of Enterprising Culture*, 5(1), 27-55.
- Pleitner, J. (2002). The future of sme's in a globalized world, Paper presented at the AISE Conference.
- PROMEXICO. (2017). Negocios internacionales: PYMES Eslabón fundamental para el crecimiento de México. Recuperado el 20 de Junio de 2017, de PROMEXICO: <http://www.promexico.gob.mx/negocios-internacionales/pymes-eslabon-fundamental-para-el-crecimiento-en-mexico.html>.
- Rangone, A. (1999). A resource-based approach to strategy analysis in small-medium enterprises, *Small Business Economics*, 12(3), 233-248.
- Reid S. (1983). Firm internationalization, transaction costs, and strategic choice, *International Marketing Review*, 1(2), 45-56.
- Reid, S. (1981). The decision-maker and export entry and expansion, *Journal of International Business Studies*, 12(2), 101-12.
- Rogers, E. (1962). *Diffusion of innovations*. New York: The Free Press.
- Rogoff, E., Myung-Soo, L., & Dong-Churl, S. (2004). Who done it? Attributions by entrepreneurs and experts of the factors that cause and impede small business success, *Journal Of Small Business Management*, 42(4), 364-376.
- Ruigrok, W. (2000). Globalisation and small and medium sized enterprises: an unlikely marriage that works, keynote speech, *Conference proceedings, Concerted Action Seminar on SME Support Services in The Face of Globalisation*, Danish Agency for Trade and Industry, Copenhagen, 29-37.
- Rumelt, R. (1991). How much industry matter?, *Strategic Management Journal*, 12(3), 167-185.
- Ruzzier, M., Hisrich, R., & Antoncic, B. (2006). Sme internationalization research: past, present and future, *Journal of Small Business and Enterprise Development*, 13(4), 476-497.
- Schumpeter, J. (1934). *The theory of economic development*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Schweizer, R., Vahlne, J., & Johanson, J. (2010). Internationalization as an entrepreneurial process, *Journal of International Entrepreneurship*, 8(4), 343-370.
- Secretaría de Economía (S.E.). (2017). Clasificación de las empresas en México. Recuperado el 25 de Junio de 2017, de Secretaría de Economía (S.E.): <http://www.economia.gob.mx/> con liga en la dirección: [http://www.economia.gob.mx/files/transparencia/informe\\_APF/memorias/28\\_md\\_cncmipyme.pdf](http://www.economia.gob.mx/files/transparencia/informe_APF/memorias/28_md_cncmipyme.pdf).
- Shrader, R., Oviatt, B., & McDougall, P. (2000). How new ventures exploit trade-offs among international risk factors: lessons for the accelerated internationalization of the 21st century. *Academy of Management Journal*, 43, 1227-1247.
- Stanton, W., Etzel, M., & Walker, B. (2007). *Fundamentos de marketing*. 14ta. Ed. McGraw-Hill Interamericana, 63-67.
- Teece, D. (1986). Transaction Cost Economics and the Multinacional Enterprise: An Assessment, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 7, 21-45.
- Tepexpa, S. (2011). La firma desde la perspectiva de los costos de transacción. *Gestión y Estrategia*, (40), 13-24.
- Turnbull, P. (1988). Challenge to the stages theory of the internationalization process, *Managing Export Entry and Expansion*, 21-40.
- Vahlne, J., & Noedstrom, K. (1993). Internationalization process: the impact of competition and experience, *The International Trade Journal*, 7(5), 529-548.
- Villarreal, O. (2005). La internacionalización de la empresa y la empresa multinacional: una revisión conceptual contemporánea, *Cuadernos de Gestión*, 58.
- Welch, L., & Luostarinen, R. (1993). Internationalization: evolution of a concept, *The Internationalization of the Firm: A Reader*, 155-71.
- Wernerfelt, B. (1997). *A resource-based view of the firm*, Resources, Firms and Strategies: A Reader in the Resource-Based Perspective, Oxford University Press, Oxford.
- Wiedersheim-Paul, F., Olson, H. & Welch, L. (1978). Pre-export activity: the first step in internationalisation. *Journal of International Business Studies* 9 (Spring-Summer), 47-58.
- Williamson, O. (1975). *Markets and Hierarchies*. Free Press, New York, NY.
- Williamson, O. (1996). Economic organization: the case for candor. *Academy Of Management Review*, 21(1), 48-57.
- Williamson, O. (1999). Strategy research: governance and competence perspectives", *Strategic Management Journal*, 20, 1087-1108.
- Williamson, O. (2008). Transaction cost economics: the precursors, *Economic Affairs*, 28(3), 7-14.

## IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS TERMODINÁMICOS COMO ALTERNATIVA A LOS MODELOS ESTADÍSTICOS CLÁSICOS EN LA ECONOMÍA

Martha Beatriz Flores Romero<sup>1</sup>, Adrián Alonso López<sup>2</sup>, Jennifer López Chacón<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas UMSNH, <sup>2</sup>Facultad de Ciencias Físico Matemáticas UMSNH,

<sup>3</sup>Facultad de Biología UMSNH

<sup>1</sup>martha.flores@umich.mx, <sup>2</sup>1803641k@umich.mx, <sup>3</sup>jennifer.lopez@umich.mx

### RESUMEN

Desarrollamos analogías entre los sistemas económicos y la termodinámica, y mostramos cómo las cantidades económicas pueden caracterizar el estado de un sistema económico en equilibrio. Argumentamos que así como un sistema físico en equilibrio termodinámico requiere una variable no mecánica (la temperatura  $T$ ) para especificar su estado, lo mismo ocurre con un sistema económico. Además, ambos sistemas deben tener una cantidad conjugada correspondiente, la entropía  $S$ . También desarrollamos analogías económicas con la energía libre, las relaciones de Maxwell y la relación de Gibbs-Duhem. Suponiendo que se puede medir la utilidad económica, desarrollamos una definición operativa de escala de temperatura económica. También desarrollamos una analogía con la mecánica estadística, que conduce a fluctuaciones gaussianas.

Palabras clave: Econofísica, economía, física, termodinámica, entropía.

### INTRODUCCIÓN

Proponemos una teoría para la descripción fenomenológica de los sistemas económicos, basada en la descripción análoga de los sistemas termodinámicos. Al igual que la termodinámica, la presente teoría tiene poder predictivo solo en la medida en que puede relacionar diferentes conjuntos de medidas. Dentro de este contexto, hace muchas afirmaciones que se extienden más allá de la teoría económica convencional. Fundamental para nuestro análisis es la suposición de que el sistema económico está en equilibrio; sin embargo, no es nuestro propósito determinar cuándo un sistema está en equilibrio.

Hace varios años, Kagel y Battalio realizaron una serie de experimentos sobre el comportamiento económico de las ratas. El precio se determinaba por el número de presiones de una barra por pago de un dispensador de fluido. A las ratas se les dieron dos productos deseables cuyos precios luego se variaron. Estos autores encontraron que el comportamiento de las ratas era tanto determinista (debido al comportamiento promedio bien definido), como probabilístico (debido a las fluctuaciones sobre el comportamiento promedio). Las fluctuaciones observadas sugieren que existe un equivalente económico para la temperatura  $T$  y su variable conjugada  $S$ . Relativamente poco de la literatura económica analiza las fluctuaciones de un solo sistema económico, siendo una notable excepción el trabajo de Theil. Sin embargo, existe una larga tradición en economía de considerar analogías entre sistemas económicos y físicos. En particular, ha habido estudios en economía que desarrollan varias implicaciones del concepto de entropía. Damos los elementos básicos de nuestra analogía entre economía y termodinámica. Para brindar antecedentes a los detalles de la analogía, revisamos el formalismo y la historia de la termodinámica. Discutimos las analogías económicas con la termodinámica y observamos que el presente formalismo puede usarse para dar un significado más preciso al concepto de excedente de Marshall. Específicamente, el formalismo implica que un aumento en el excedente marshalliano se debe a un aumento del ocio (excedente vebleniano) o aumento de la eficiencia (excedente Smithiano). Posteriormente, estudiamos la termometría (y la "calorimetría") en termodinámica, revisaremos la termometría y la calorimetría en economía. Así mismo, analizamos una analogía con la mecánica estadística, que respalda nuestra analogía termodinámica mediante un argumento alternativo basado en un principio de maximización de la riqueza que conduce a las fluctuaciones gaussianas.

## ANALOGÍAS ECONÓMICAS

Los sistemas que son de interés son consumidores individuales o un país pequeño, que pertenecen a un sistema económico más grande. Consideremos un consumidor individual. Una suposición fundamental es que el consumidor emplea una función de utilidad  $U$  que lo hace decidir un bien sobre el otro. Para hacer la analogía completa con la termodinámica debemos tomar la utilidad  $U$  como un número real. Suponemos que  $U$  debe estar en un conjunto que nos sea conveniente (como los dólares) y que sea medible. Vamos a definir ciertas relaciones fundamentales para completar la analogía. Primero considere la cantidad económica medible conocida como riqueza.

$$W = \lambda M + pN \quad (1)$$

Donde  $\lambda$  y  $M$  representan el valor y la cantidad del dinero,  $p$  y  $N$  representan vectores y números de bienes. En principio  $\lambda$  y  $M$  pueden representar también vectores si el consumidor tiene pertenencias en más de una moneda, o bien, podemos agrupar tanto los bienes como el dinero en los vectores de  $p$  y  $N$ . Debido a que  $W$  se conserva en las transacciones, al igual que la energía total  $E$  de un sistema termodinámico, es tentador considerarlas análogas. A pesar de eso, más adelante veremos que es mejor ver la analogía entre  $E$  y  $U$ . La economía supone que el valor del dinero y bienes del consumidor se resumen en el valor de  $U$ , que generalmente supera a  $W$ . El exceso se conoce como excedente y lo notaremos con  $\psi$ . Así

$$\psi = U - W \quad (2)$$

En una economía primitiva o muy pobre el excedente no existe, esto es,  $\psi = 0$ . El excedente no puede ser negativo. Aunque pareciera que esta ecuación solo aparece para definir otra cantidad desconocida  $\psi$  en términos de  $U$ , pero esta relación económica es útil porque tiene un análogo termodinámico. La energía libre de Helmholtz de un sistema de  $N$  partículas idénticas se define como

$$F = -PV + \mu N \quad (3)$$

Donde  $P$  es la presión,  $V$  es el volumen y  $\mu$  es el potencial químico de las partículas. Podemos pensar en  $-PV$  como un análogo de  $\mu M$ . La cantidad en termodinámica análoga al precio  $p$  es el potencial químico  $\mu$ . La energía  $E$  está relacionada con  $F$  en términos de la temperatura  $T$  y la entropía  $S$  a través de

$$TS = E - F \quad (4)$$

De acuerdo a la tercera ley de la termodinámica para  $S = 0$  entonces  $T = 0$ . Una comparación entre las ecuaciones (2) y (4) sugiere otra analogía, la de  $\psi$  y  $TS$ . Tomando un sistema con excedente cero y, por lo tanto, con temperatura económica cero. Para obtener una entropía económica cero, asumimos el análogo económico de la tercera ley de la termodinámica. Debido a que el excedente es cero para una economía subdesarrollada, hacemos la identificación tentativa en el lenguaje común de la temperatura económica  $T$  con el nivel de desarrollo económico. Este uso parece coherente con la idea de que  $T$  es una cantidad intensiva, aunque no podemos proponer una definición de lenguaje común de la entropía económica, pero esperamos que este relacionada con la variedad económica y a su vez, puede ser una medida del valor económico del ocio.

## TERMODINÁMICA, ENTROPÍA Y EQUILIBRIO

Con el trabajo de Joule podemos establecer la ecuación de la conservación de la energía

$$dE = dQ + dW \quad (5)$$



A partir de los estudios de Carnot podemos demostrar que, en equilibrio,  $dQ = TdS$ , donde  $T$  es la temperatura y la entropía  $S$  es función del estado del sistema. Por lo tanto,  $dS = dQ/T$  es un verdadero diferencial. Debido a que el trabajo realizado en el sistema es  $dW = -PdV$ , la conservación de energía toma la forma

$$dE = TdS - PdV \quad (6)$$

Si las partículas pueden entrar o salir del sistema en una cantidad  $dN$  hay un cambio de energía  $\mu dN$ . La relación fundamenta de la termodinámica combina estos cambios de energía para producir

$$dE = TdS - PdV + \mu dN \quad (7)$$

Otra forma de escribir la ecuación 7 es al considerar la energía como una variable extensiva en términos de otras tres variables extensivas que son  $S$ ,  $V$  y  $N$ .

$$E = E(S, V, N) \quad (8)$$

Uno de los objetivos de la termodinámica es dar un marco de referencia para que las mediciones experimentales puedan determinar esta dependencia funcional para un sistema dado. El conocimiento de  $E = E(S, V, N)$  caracteriza completamente el estado termodinámico del sistema, por esta razón la llamamos la función de estado del sistema. Debido a que los cambios en la energía  $E$  se caracterizan por cambios en  $S$ ,  $V$  y  $N$ , obtenemos de la ecuación 8

$$dE = \frac{\partial E}{\partial S} dS + \frac{\partial E}{\partial V} dV + \frac{\partial E}{\partial N} dN \quad (9)$$

Una comparación entre las ecuaciones (7) y (9) nos guía a las siguientes identidades

$$\begin{aligned} T &\equiv \left( \frac{\partial E}{\partial S} \right)_{V,N}, \\ P &\equiv \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_{S,N}, \\ \mu &\equiv \left( \frac{\partial E}{\partial N} \right)_{S,V} \end{aligned} \quad (10)$$

Ahora bien, al momento de relacionar estas últimas identidades con las ecuaciones de Maxwell, diferenciando y realizando toda el álgebra correspondiente podemos obtener una de las relaciones fundamentales que es de gran importancia para nuestro estudio. Siendo

$$E(S, V, N) = TS - PV + \mu N \quad (11)$$

Restando la ecuación (9) a esta última ecuación diferencial proporciona la relación de Gibb-Duhem

$$0 = SdT - VdP + Nd\mu \quad (12)$$

Para algunos propósitos el conjunto  $(T, V, N)$  en lugar del conjunto  $(S, V, N)$  es un conjunto de variables más natural. En este caso, el potencial termodinámico apropiado es la energía libre  $F$  de Helmholtz. combinando las ecuaciones (3) y (15) nos proporciona

$$F = E - TS \quad (13)$$

Usando las ecuaciones (10) y (13),  $dF$  satisface

$$\begin{aligned} dF &= dE - TdS - SdT \\ &= -SdT - PdV + \mu dN \end{aligned} \quad (14)$$

Usando sus variables naturales, la ecuación (3) para  $F$  se puede escribir como

$$F(T, V, N) = -PV + Mn \quad (15)$$

### RELACIONANDO TERMODINÁMICA Y ECONOMÍA

Nuestro objetivo al hacer una analogía entre la economía y la termodinámica es crear un marco teórico para que las mediciones económicas puedan determinar la dependencia funcional de la utilidad U de los parámetros económicos que especifican el estado de un sistema económico. un conocimiento de la función de estado en función de los parámetros económicos apropiados caracteriza completamente el sistema económico. De las relaciones económicas que se introdujeron anteriormente tenemos que

$$\psi = TS \quad (16)$$

Y

$$\begin{aligned} U &= TS + W \\ &= TS + \lambda M + pN \end{aligned} \quad (17)$$

Una comparación de la ecuación (17) para U y la ecuación (11) para E sugiere que, desde el punto de vista de su conjunto natural de variables, obtenemos que

$$U = U(S, M, N) \quad (18)$$

Donde la relación (18) es nuestra ecuación fundamental. El equivalente económico a la ecuación (7) es

$$dU = TdS + \lambda dM + pdN \quad (19)$$

Donde

$$\begin{aligned} T &\equiv \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{M,N}, \\ \lambda &\equiv \left( \frac{\partial U}{\partial M} \right)_{S,N}, \\ p &\equiv \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S,M} \end{aligned} \quad (20)$$

Adam Smith distingue entre dos medidas de utilidad. Una medida es el “valor de cambio”. Esto se puede identificar con el precio P. de la ecuación (20) tomamos esta medida como la unidad marginal por bien dU/dN en S y M fijos. La otra medida es el valor en uso, que se identifica con menos facilidad.

Identificamos el valor en uso con la utilidad marginal por bien dU/dN para otro conjunto de variables fijas. Para simplificar tomaremos M como fijo, pero no podemos ser explícitos acerca de la segunda variable y simplemente la denotaremos como X. De la ecuación (19) obtenemos que

$$\left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{X,M} = T \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{X,M} + P \quad (21)$$

Un consumidor comprará bienes con la condición de que la relación entre cualquier bien en uso y su precio p tome un valor común. Esto requiere que, para valores de mercado fijos de bienes, U sea maximizado para cada bien. Valor fijo de mercado significa que los bienes 1 y 2 se intercambian en el mercado sujeto a la condición

$$0 = p_1 dN_1 + p_2 dN_2 \quad (22)$$

La maximización de U requiere que

$$0 = \frac{\partial U}{\partial N_1} dN_1 + \frac{\partial U}{\partial N_2} dN_2 \quad (23)$$

Entonces, combinando las ecuaciones (22) y (23) nos proporciona que

$$\frac{1}{p} \frac{\partial U}{\partial N} = \text{constante} \quad (24)$$

Para cada bien. Así obtenemos que el valor de uso y el precio es una constante, como lo deseábamos. Usando la ecuación (21), la ecuación (24) se puede expresar como

$$\frac{1}{p} \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{X,M} = \frac{T}{p} \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{X,M} + 1 \quad (25)$$

De la ecuación (25), la constancia de la relación para todos los bienes no depende de si el precio se incluye en el cálculo de la utilidad. El presente formalismo nos ayuda a centrarnos en la cuestión de lo que se mantiene constante. Sea  $m$  el valor en uso (utilidad marginal por bien, en  $X$  y  $M$  fijos):

$$m = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{X,M} \quad (26)$$

Se nota que  $m$  se especifica en unidades monetarias. De las ecuaciones (24) y (25) la relación  $m/p$  tiene el mismo valor adimensional para todos los bienes. La relación  $m/p$  se puede generalizar para incluir el valor de la moneda, lo que permite el estudio del ahorro. Específicamente definir

$$m_\lambda = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{X,N} \quad (27)$$

Entonces, la relación entre el valor de uso y el valor de cambio por dinero,  $m/\lambda$ , toma el mismo valor  $m/p$  para los bienes. Si usamos la ecuación (17) para relacionar  $W$  y  $U$ , la analogía con el desarrollo asociado a  $F$  conduce a

$$dW = -SdT + \lambda dM + p dN \quad (28)$$

Donde

$$\begin{aligned} S &\equiv \left( - \frac{\partial W}{\partial T} \right), \\ \lambda &\equiv \left( \frac{\partial W}{\partial M} \right), \\ p &\equiv \left( \frac{\partial W}{\partial N} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

Está implícito que dos de las tres cantidades ( $T$ ,  $M$ ,  $N$ ) se mantienen constantes en las derivadas parciales. De la ecuación (28) podemos escribir la dependencia funcional

$$W = W(T, M, N) \quad (30)$$

Otra relación económica estándar establece que cuando un consumidor individual interactúa con el mercado, el precio viene determinado por el mercado. Podemos obtener este resultado suponiendo que, en equilibrio, la riqueza total del consumidor y del mercado se maximiza a dinero y temperatura fijos. Considerando que el mercado es un gran reservorio  $r$ , tenemos de la ecuación (28)

$$dW_r = -S_r dT_r + \lambda_r dM_r + p_r dN_r \quad (31)$$

Teniendo en cuenta que al diferenciar la ecuación (1) podemos obtener

$$dW = \lambda dM + p dN + M d\lambda + \dots \quad (32)$$

La consistencia de las ecuaciones (32) y (28) requiere que

$$0 = S dT + M d\lambda + N dp \quad (33)$$

La ecuación (33) es el análogo de la ecuación (12), la relación de Gibbs-Duhem. Entre otras cosas, implica que una disminución en el precio del dinero o de los bienes se acompaña de un aumento de la temperatura económica. Específicamente, si todos los precios y valores de moneda se incrementan por un factor de 2 significa llamar a un billete de un dólar billete de dos dólares, etc. Para cambiar realmente el valor del dólar se necesitaría imprimir más dólares, lo cual es un costo real que no se puede reducir.

La ecuación (33) tiene una aplicación importante. Podemos escribir el cambio en el excedente de Marshall  $\psi = TS$  como

$$\begin{aligned} d\psi &= T dS + S dT \\ &= T dS - M d\lambda - N dp \end{aligned} \quad (34)$$

Interpretamos el término  $TdS$  como el cambio en el valor económico del ocio. Llamaremos a  $TdS$  el excedente Vebleniano. Como se mostrará en breve, el término  $Ndp$  es el cambio en el excedente de bienes del consumidor. Llamaremos a  $Ndp$  el excedente smithiano. Así mismo, el término  $Md\lambda$  puede interpretarse como un excedente de divisas, debido a las eficiencias producidas por la especialización. a este excedente de divisas también lo llamaremos excedente smithiano.

Para ver que  $Ndp$  es un excedente, tenga en cuenta que el costo de comprar bienes de forma incremental (donde los primeros bienes son escasos y por lo tanto costosos) es integral  $p dN$  donde  $p(N)$ , el precio del enésimo bien, decrece cuando  $N$  crece. Sin embargo, cuando se compra todo de una vez, el costo real para el consumidor es  $Np$ , el número de bienes por el último costo por bien, la diferencia es

$$\int_0^N p dN - Np = - \int_{p(0)}^{p(N)} N dp \quad (35)$$

La diferencia es positiva, porque para los límites de integración de la ecuación (40),  $dp$  es negativo. Por lo tanto,  $Ndp$  es el cambio en el excedente de bienes del consumidor. La ecuación (39) muestra que hay dos tipos de excedente: el excedente Vebleniano de ocio y el excedente smithiano de eficiencia debido a la especialización. Estas ideas están presentes en la economía, pero no conocemos ningún enunciado formal previo que relacione los excedentes. Note que el estado de constancia de  $m/p$  para todos los bienes comprados por un consumidor dado es el mismo que el enunciado de que la relación entre el excedente vebleniano por bien y el precio por bien es una constante para todos los bienes comprados por un consumidor dado.

## TERMOMETRÍA EN TERMODINÁMICA

Hasta ahora hemos supuesto que la temperatura económica está bien definida. sin embargo, en termodinámica tomó cientos de años antes de que los termómetros cualitativos basados en la altura de una columna de fluido estuvieran debidamente calibrados contra una escala de temperatura absoluta  $T$ . La ley de los gases ideales hace que la determinación de la temperatura absoluta sea relativamente simple. Cuando es aplicable a gases reales a baja densidad  $N/V$  y alta temperatura absoluta  $T$ , la ley de los gases ideales,  $PV = NKBT$ , hace que la termometría sea relativamente fácil. Por lo tanto, una medida de  $P$  y  $N/V$  da  $T$ . Será difícil encontrar un análogo económico al termómetro de gas ideal. Una diferencia es que la velocidad de las partículas de un gas ideal no tiene un límite superior y un límite inferior acotado a su energía, mientras que un agente económico tiene valores acotados para su riqueza y utilidad. Sin embargo, las sales magnéticas se comportan, par aun rango limitado de temperaturas como si tuvieran solo un numero finito de niveles de energía. La termometría común consiste en leer la altura de una columna

de fluido o la posición de un puntero unido a una bobina de alambre. Ambas cantidades dependen del coeficiente de expansión térmica. Otras formas de termometría dependen de otras variables dependientes de la temperatura. En el rango de MiliKelvin, las calibraciones se realizan con termómetros que utilizan ciertas sales magnéticas. A temperaturas muy bajas y muy altas es difícil realizar cualquier termometría. Por lo tanto, consideramos el problema general de cómo podemos calibrar una medida de una cantidad medida, que llamaremos  $\tau$ , contra una temperatura termodinámica absoluta  $T$ . Recuerde que  $T = 50$  para todas las escalas de temperatura termodinámica. Sin embargo, no existe una escala absoluta para la temperatura. En general, la propiedad  $\tau$  del termómetro depende de  $(T, P, N)$ . Para este termómetro debemos determinar la temperatura termodinámica  $T$  en función de  $\tau, V$  y  $N$ .

Considere una cantidad medible, la ganancia de calor  $dQ = TdS$ , y como varía con un cambio en la presión a temperatura fija  $T$  y  $N$  fija. Nos resultará útil empelar la siguiente relación de Maxwell basada en la energía libre de Gibbs

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} \quad (36)$$

De a ecuación (36) podemos escribir que

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right)_{T,N} &= T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} \\ &= -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} = -T\left(\frac{\partial V}{\partial \tau}\right)_{P,N} \left(\frac{\partial \tau}{\partial T}\right)_{P,N} \end{aligned} \quad (37)$$

Que se puede organizar para leerla como

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial \tau}\right)_{P,N} &= -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial \tau}\right)_{P,N}}{\left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right)_{T,N}} \\ &\equiv f(\tau, P, N) \end{aligned} \quad (38)$$

El lado izquierdo de la ecuación (38) está en  $P$  y  $N$  fijos, lo que explica la notación  $f(\tau, P, N)$ . La ecuación (46) nos dice que el cambio fraccional de temperatura se puede expresar en términos de las cantidades medibles  $f(\tau, P, N)$  y  $d\tau$ . Podemos integrar la (38) para obtener

$$\begin{aligned} \ln \frac{T}{T_0} &= \int_{\tau_0}^{\tau} f(\tau, P, N) d\tau, \quad f(\tau, P, N) \\ &= -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial \tau}\right)_{P,N}}{\left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right)_{T,N}} \end{aligned} \quad (39)$$

Donde  $dQ = TdS$ . De esta forma podemos obtener la escala de temperatura  $T$  como  $T = T(\tau, P, N)$  en términos de cantidades medibles. Usando  $V$  fijo y  $N$  variable, podemos obtener  $T(\tau, V, m)$  a través de las relaciones

$$\begin{aligned} \ln \frac{T}{T_0} &= \int_{\tau_0}^{\tau} g(\tau, V, \mu) d\tau, \quad g(\tau, V, \mu) \\ &= -\frac{\left(\frac{\partial N}{\partial \tau}\right)_{\mu,V}}{\left(\frac{\partial Q}{\partial \mu}\right)_{T,V}} \end{aligned} \quad (40)$$

La discusión anterior sugiere al menos ocho formas de realizar la termometría. En  $T$  fijo, medimos la dependencia de  $dQ$  en  $dV$  o  $dP$ , y en  $N$  fijo o  $m$  fijo, medimos la dependencia de  $dQ$  en  $dN$  o  $dm$  en  $V$  fijo o  $P$  fijo. dos pares de estas ocho medidas conducen a  $\tau$  en función de las mismas variables fijas.

## TERMOMETRÍA EN ECONOMÍA

Habiendo descrito la complejidad de la termometría en física, ahora indicamos como realizar la termometría en economía. Para ello, es fundamental que seamos capaces de medir  $dQ \equiv TdS$ , el excedente Vebleniano, y que dispongamos de una cantidad que nos pueda servir de termómetro. Por la ecuación (19) tenemos que

$$TdS = dU - \lambda dM - p dN \quad (41)$$

Por lo tanto, si podemos medir  $dQ$ ,  $\lambda$ ,  $dM$ ,  $p$  y  $dN$ , entonces podemos medir  $dQ \equiv TdS$ . Supondremos que tenemos algún indicador económico  $\tau$  que depende de  $T$ ,  $\lambda$  y  $N$ . Para emplear la relación  $\tau(T, \lambda, N)$ , necesitaremos una nueva condición termodinámica de Slutsky, obtenida usando el análogo económico de la energía libre de Gibbs. escribimos que

$$v(T, p, M) = U - TS - \lambda M \quad (42)$$

Donde  $v = pN$  se obtiene usando la ecuación (17) y es el valor monetario de los bienes. su diferencial satisface

$$dv = -SdT - Md\lambda + pdN \quad (43)$$

Que sigue al sustituir la ecuación (19) en el diferencial de la ecuación (42). Después

$$\left( \frac{\partial^2 v}{\partial \lambda \partial T} \right)_N = \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T \partial \lambda} \right)_N \quad (44)$$

Lo que lleva a

$$\left( \frac{\partial S}{\partial \lambda} \right)_{\lambda, N} = \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_{\lambda, N} \quad (45)$$

Usando la ecuación (45) y  $dQ = TdS$ , obtenemos

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \right)_{T, N} &= T \left( \frac{\partial S}{\partial \lambda} \right)_{T, N} \\ &= T \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_{\lambda, N} = - T \left( \frac{\partial M}{\partial \tau} \right)_{\lambda, N} \left( \frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_{\lambda, N} \end{aligned} \quad (46)$$

Lo cual lo podemos arreglar para obtener

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \left( \frac{\partial Q}{\partial \tau} \right)_{\lambda, N} &= - \frac{\left( \frac{\partial M}{\partial \tau} \right)_{\lambda, N}}{\left( \frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_{\lambda, N}} \\ &\equiv f(\tau, \lambda, N) \end{aligned} \quad (47)$$

El lado izquierdo de la ecuación (55) están  $\lambda$  y  $N$  fijos, por lo que al lado derecho debe escribirse en términos de las variables  $\tau$ ,  $\lambda$  y  $N$ , lo que explica la notación  $f(\tau, \lambda, N)$ . Entonces podemos integrar de  $T_0$  a  $\tau_0$  para obtener

$$\begin{aligned} \ln \frac{T}{T_0} &= \int_{\tau_0}^{\tau} f(\tau, \lambda, N) d\tau, \quad g(\tau, \lambda, N) \\ &= - \frac{\left( \frac{\partial M}{\partial \tau} \right)_{\lambda, N}}{\left( \frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_{\lambda, N}} \end{aligned} \quad (48)$$

De la ecuación (48) podemos obtener, en principio, la escala de temperatura  $T(\tau, \lambda, N)$  en términos de las cantidades medibles  $\tau$ ,  $\lambda$ ,  $N$ . Necesitamos poder medir las cantidades que aparecen en la expresión para  $f(\tau, \lambda, N)$ . Especialmente difícil de medir es el cambio en el excedente vebleniano  $dQ \equiv TdS$ . Por la ecuación (20), esta cantidad es también el cambio en la utilidad en bienes fijos y dinero y en esa forma su mensurabilidad es tema de debate entre los economistas. El presente trabajo se basa en el supuesto de la mensurabilidad de la utilidad. Otras formas de termometría económica que quizás sean más prácticas de implementar son posibles por analogía con la termometría en termodinámica.

## UNA ANALOGÍA A LA MECÁNICA ESTADÍSTICA

En mecánica estadística ponderamos cada microestado  $s$  con energía  $E$  de un sistema en equilibrio con un reservorio de calor por el factor  $\exp(-E/T)$ . Este peso tiene las siguientes propiedades deseables: las probabilidades para sistemas independientes son multiplicativas; y la energía de los sistemas independientes es tanto aditiva como conservada en las interacciones entre el sistema y el depósito. De esta forma obtenemos la función de partición

$$Z = \sum_{\text{Estados}} e^{-E_s/T} \quad (49)$$

De la ecuación (49) la energía libre  $F$  se define por

$$Z = e^{-F/T} \quad (50)$$

Así que

$$F = -T \ln Z \quad (51)$$

Un conocimiento de  $F$  produce las propiedades termodinámicas del sistema físico. Para hacer la analogía con la economía, es importante señalar que el número de estados económicos está acotado desde arriba, al igual que para ciertas sales magnéticas. Además, un agente económico buscará maximizar la utilidad o la riqueza, mientras que un sistema físico buscará minimizar la energía o la energía libre. Se sugieren cuatro posibles ponderaciones de los estados económicos (1)  $e^{-U/T}$ , (2)  $e^{U/T}$ , (3)  $e^{-W/T}$ , (4)  $e^{W/T}$ . Si se mantiene la relación  $U = W + TS$  entonces 2 y 4 conducen a definiciones indeseables donde la entropía es negativa. De las dos ponderaciones restantes, 1 pareciera ser la más natural, debido a la analogía termodinámica. Si embargo, 2 es indeseable porque favorece estados de baja utilidad y emplea una cantidad que no se conserva en los intercambios económicos. Por otro lado, la ponderación por 3 favorece a los estados de mayor riqueza y emplea una cantidad que se conserva en los intercambios económicos. Este peso también es consistente con la idea de que  $T$  es una medida de desarrollo económico. Bajo temperatura las economías se esfuerzan por estados de alta  $W$  mientras que las de alta temperatura las economías prefieren la variedad, es decir, los estados económicos tienen el mismo peso. Considere un microestado económico  $s$  con riqueza  $W_s$ . Definimos la función de partición

$$Z = \sum_{\text{Estados}} e^{W_s/T} \quad (52)$$

Y la utilidad  $U$

$$Z = e^{U/T} \quad (53)$$

Así que

$$U = T \ln Z \quad (54)$$

Haciendo la suposición habitual de que la suma está dominada por los estados más probables, la ecuación (54) se convierte en

$$Z \approx \Gamma e^{\frac{W}{T}}, \quad \Gamma = \sum_{\text{Estados}} 1 \quad (55)$$

Donde la suma es sobre estados económicos con riqueza  $W_s = W$ . combinando las ecuaciones (52) a (55) nos proporciona

$$U = W + T \ln \Gamma \quad (56)$$

Por lo que, para estar de acuerdo con (2) y  $\psi = TS$ , identificamos

$$S = Ln\Gamma \quad (57)$$

La ecuación (57) es el análogo económico de la famosa relación de Boltzmann. Relaciona la entropía económica con la variedad económica. No exploraremos como contar los estados económicos, que es un tema complejo y difícil, que involucra consideraciones tan complejas como la determinación del espacio de fase asociado con el ocio.

De  $F = E - TS$ , la temperatura baja favorece la minimización de E, mientras que la temperatura alta favorece maximización de S. En consecuencia, de  $U = W + TS$ , La temperatura económica baja favorece la maximización de W mientras que la temperatura económica alta favorece la maximización de S. Desde el punto de vista de la maximización, -F y U son análogos. Esta analogía contrasta con nuestra discusión anterior, donde E y U son análogas desde el punto de vista de las variables naturales. Tenga en cuenta que U calculado a partir de la ecuación (54) se escribirá en términos de T, que no es su variable natural. Mediante el uso de  $W = U - TS$  donde  $S = \int (dT/T) \times (dU/dT) T \ 0 \ [M, N]$ , la función  $W(T, M, N)$  se puede obtener, a partir de la cual se puede calcular la economía. La ecuación (57) puede convertirse en la base de una teoría de fluctuaciones sobre el equilibrio económico en analogía con la teoría de las fluctuaciones sobre el equilibrio termodinámico. Por ejemplo, las fluctuaciones  $\delta N$  en el número de partículas N satisface

$$\overline{(\delta N)^2} = T \frac{\partial N}{\partial \mu} \quad (58)$$

Donde T tiene las mismas unidades (energía) que  $\mu$ . Análogamente, las fluctuaciones  $\delta N$  en el número de bienes N tienen un promedio cuadrático medio que satisface

$$\overline{(\delta N)^2} = - T \frac{\partial N}{\partial p} \quad (59)$$

Donde T tiene las mismas unidades que p. La derivada de la ecuación (59) que apareció de la ecuación (35), es proporcional a la elasticidad-precio  $(p/N)\partial N/\partial p$ . Theil asumió que, para un agente económico dado, cada bien satisfará una relación similar a la ecuación (59). Aunque no dio el coeficiente de proporcionalidad, su intuición económica lo llevó a sugerir que el coeficiente de proporcionalidad debería ser el mismo para todos los bienes. La ecuación (59) va más allá de Theil al predecir que las fluctuaciones aumentan para T fija, si  $\partial N/\partial p$  aumenta, y que las fluctuaciones aumentan a medida que aumenta T, para  $\partial N/\partial p$  fijo. Tenga en cuenta que si  $(\delta N)^2$  y  $\partial N/\partial p$  se pueden medir para un sistema en equilibrio con fluctuaciones gaussianas, entonces la ecuación (59) podría usarse para determinar la temperatura económica.

## RESULTADOS

Suponiendo que a la utilidad U se le puede dar un valor en dólares, de modo que la termometría económica se puede realizar, hemos desarrollado una analogía entre las cantidades económicas excedente  $\psi$ , utilidad U y riqueza W, y las cantidades termodinámicas TS, energía E y energía libre de Helmholtz F. En la sección II tentativamente hicimos una identificación de lenguaje común de T con el nivel de desarrollo económico, pero hemos evitado una identificación de lenguaje común de S. Las cantidades T y S corresponden, al menos en parte, a variables psicológicas, que a menudo se invocan en economía en debates sobre utilidad. Esta analogía ha llevado a una serie de resultados aparentemente nuevos; una relación económica Gibbs-Duhem; la equiparación del excedente marshalliano  $\psi$  a TS; el uso de la relación económica de Gibbs-Duhem para reformular el excedente smithiano  $-Ndp - M\lambda$  como  $SdT$ ; La equiparación de  $TdS$  al aumento de la utilidad en bienes fijo N y dinero M; la interpretación de  $TdS$  como excedente Vebleniano; relaciones de Slutsky más nuevas y precisas; y la relación entre las medidas de utilidad y el establecimiento de una escala económica de temperatura. También desarrollamos una analogía con la relación entre la física estadística y la termodinámica. Además, la ecuación (65) puede, en principio, usarse para estudiar



fluctuaciones cercanas al equilibrio. A finales del siglo XIX, Irving Fisher desarrolló una analogía mecánica entre la física y la economía, invocando la fuerza y la distancia como análogas al precio y la cantidad de bienes, respectivamente. En el presente trabajo hemos realizado una analogía termodinámica, invocando el potencial químico y el número de bienes, y especialmente la temperatura y la entropía. Tal punto de vista habría sido reconocido de inmediato por el asesor de Fisher, el propio Willard Gibbs. Ni nosotros ni los economistas profesionales sabemos si el supuesto de equilibrio económico es correcto. Además, no sabemos si las mediciones econométricas son lo suficientemente precisas para probar la teoría, incluso si se encuentra que se cree que está en equilibrio. Sin embargo, incluso si no se encuentra ningún sistema económico en verdadero equilibrio, las analogías que hemos propuesto aquí pueden tener valor para sistemas que están ligeramente fuera del equilibrio. Se ha obtenido un número sorprendentemente grande de resultados aparentemente nuevos utilizando el razonamiento macroscópico asociado con la termodinámica. por supuesto, es posible que se pueda desarrollar una mejor analogía. Suponemos sistemas económicos que son permanentes y están en equilibrio y que la riqueza se conserva en el intercambio con precios fijos. estas suposiciones no pueden ser literalmente verdaderas.

### **CONCLUSIONES**

El desarrollo de este trabajo ha sido por más emocionante y desafiante, puesto que, la relación entre una disciplina tan famosa por su dificultad como la física para casi imposible con algo meramente humano en el que se basan los sistemas de naciones enteras como la disciplina de la economía. Así mismo obtuvimos más que buenos resultados a la hora de combinar estas dos áreas tan extensas, comprobando que la rama de termodinámica de la física se una prácticamente de manera natural con algunos de los componentes económicos más importantes.

Además, aunque el formalismo permite una variable interna, este valor ha sido pensado como una cantidad socialmente determinada, más que como una variable fisiológico-psicológico asociada con el individuo. Probablemente la mejor forma de probar la analogía económico-termodinámica es aplicándola a mediciones económicas en sistemas que se cree que están en equilibrio económico o casi en él. Nótese que la individualidad económica aparecerá en los micro aspectos de la analogía económico-mecánica estadística de la sección de la mecánica estadística. Probablemente la mejor manera de probar esta analogía es desarrollar modelos microscópicos para el comportamiento de sistemas económicos específicos. incluso si las analogías requieren modificaciones, sugieren direcciones para futuras investigaciones.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- H. Theil, *Theory and Measurement of Consumer Demand* (American Elsevier, New York, 1975), Vol. 1.
- N. Georgescu-Roegen, *The entropy law and the economic process* (Harvard U.P., Cambridge, MA, 1971).
- J. Herniter, *An entropy Model of Brand Purchase Behavior* (Marketing science Institute, Cambridge, MA, 1972).
- D. K. Foley, "A Statistical equilibrium Theory of markets" *J. Econ. Theory* 62, 321-345 (1994)
- E. Silberberg, *The Estructure of Economics: A Mathematical Analysis* (McGraw-Hill, New York, 1990), p. 396.
- W. E. Diewert, "Generalized Slutsky conditions for aggregate consumer demand functions", *J. Econ. Theory* 15, 353-362 (1997).
- A. Barten, "Evidence on the Slutsky conditions for demands equations", *Rev. Econ. Statistics* 49, 77-84 (1967).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1969), 2 nd ed.

## INSTRUCCIONES A LOS AUTORES

Requisitos para la representación de trabajos de investigación como posibles publicaciones en la revista.

- **Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial** recibe trabajos de investigación en cualquiera de las áreas o especialidades de las ciencias sociales (educación, económico- administrativas, financieras y derecho).
- Los trabajos de investigación que se sometan a **Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial** deben ser inéditos.
- Los artículos pueden ser escritos en español o inglés y deben incluir un resumen en ambos idiomas.
- Los trabajos de investigación que se sometan a **Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial** no pueden ser enviados simultáneamente a otras revistas.
- Los trabajos de investigación se reciben en el editor de texto (Word) en no más de 15 cuartillas a espacio y medio, incluyendo cuadros y gráficas. Los trabajos pueden ser enviados al correo electrónico: fegosa@gmail.com. El título de trabajo es en Times New Roman 10 pt. Centrado y en mayúsculas. La extensión del manuscrito debe ser de máximo de 15 páginas, letra tipo Times New Roman, 10 pts, espacio de interlíneas sencillo, texto justificado, figuras y tablas centradas e intercaladas en el texto, las fórmulas deben estar centradas y numeradas. Márgenes izquierdo, derecho, superior e inferior a 2.5 cm.
- La primera página debe contener: a) título del trabajo; b) nombre(s) del (de los) autor(es); c) institución de adscripción; d) resumen de no más de 200 palabras; e) pie de página con correo electrónico del autor que recibirá correspondencia.
- Gráficas, cuadros y fórmulas se numerarán consecutivamente.
- La bibliografía debe presentarse al final, de acuerdo con los siguientes ejemplos:

Fuller, W. A. (1996). *Introduction to Statistical Time Series*. 2nd ed., John Wiley, New York.

Granger, C. W. (1980). *Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamics Models*. *Journal of Econometrics*, 14, pp. 227-238.

Duffy, J. (2001). *Learning to Speculate: Experiments with Artificial and Real Agents*. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25 (3), pp. 295-319.

Arifovic, J., J. Bullard, and J. Duffy (1997). *The Transition from Stagnation to Growth: An Adaptive Learning Approach*. *Journal of Economic Growth*, 2, pp. 185-209.

Duffy, J., and J. Ochs (1999). *Fiat Money as a Medium of Exchange: Experimental Evidence*. Working paper, University of Pittsburgh.

- Todo trabajo de investigación que reciba la **Revista Científica del Instituto Iberoamericano de Desarrollo Empresarial** estará sujeto a la revisión de dos dictaminadores anónimos. Un dictamen en contra resultará en el rechazo de publicación. Los resultados de los dictámenes se entregarán a los autores en un lapso de dos meses, como máximo, después de la recepción del trabajo.
- Recomendable que los trabajos tengan los siguientes apartados: título del trabajo, resumen (abstract) palabras clave, introducción, definición de problema, objetivos, hipótesis, desarrollo teórico, análisis de caso si lo incluye, resultados, conclusiones, recomendaciones y bibliografía.